STEP 3

의대·한의대·약대 및 메디컬 계열 수리 논술 특화 라인업

가천대 의예과·한의예과·약학과 및 삼육대 약학과 대비,
EBS 수능특강·수능완성 미적분 핵심 문항을
고난도 추론·계산·서술형으로 재구성한 메디컬 심화 변형 훈련서

POWERUP

스터짐 파워업 메디컬 수리논술

미적분

2027

스터짐 교재연구팀 지음

Spartan PE System
STUGYM

STUGYM BOOKS **ROADMAP**

스터짐북스 로드맵

약술논술 합격, 꾸준한 훈련이 정답이다! **기초부터 실전까지** 끊임 없는 한 줄 흐름

STEP 1 BASIC 기본

기초 구조화 · 약술 기초 완성
처음 시작하는 학생에게 가장 중요한 필수 입문 과정

1. 국어는 핵심어와 문장 구조를, 수학은 풀이 단계를 쓰는 법을 익힙니다.
2. 약술형 논술의 문항·답안 형식에 처음부터 익숙해집니다.
3. POWERUP을 시작하기 전에 필요한 최소한의 답안 기초를 만듭니다

2권



STEP 2 기출분석집 출제원리분석

대학별 출제원리, EBS 연계 분석,
채점 기준까지 한 권으로 정리

목표대학의 출제 방식을
먼저 읽고 들어가는 단계

기출분석집 SPECIAL · 대학별 수학 기출해부 16종

총 16권





16개 대학 기출분석집

STEP 3 POWER UP 개념완성

수특·수완을 약술형 답안으로 바꾸는 메인 훈련
EBS 핵심 개념 정리 > 변형문제 적용 > 답안 작성 훈련

국어 구성: 독서 1~2권, 문학 1~2권, 수특·수완 총 3종 5권 분량
수학 구성: 수학 I , 수학 II , 수특·수완 총 3종 3권 분량

국어 5권
수학 3권



STEP 4 BOOSTER 심화

목표대학 출제 경향을 반영한 학교별 집중 훈련
대학별 빈출 유형과 예상문제를 목표대학 방식으로 훈련

학교별 세트 출간



학교별 국어·수학 SET

서울 – 국민대, 동덕여대, 삼육대, 상명대, 서경대
경기 – 가천대, 강남대, 수원대, 신한대, 을지대, 한국공학대, 한국외대 글로벌캠퍼스, 한신대
충청·세종 – 고려대 세종캠퍼스, 한국기술교육대, 홍익대 세종캠퍼스

학교별 기출 경향을 반영한 고난도 변형 훈련

STEP 4 ARENA 파이널

실제 시험처럼 치르는 파이널 모의고사
시간·문항 배열·답안지까지 실전과 동일하게 훈련

10개 세트 16개 대학 대비 실전 모의고사 구성

10개 SET 출간



완주를 돕는 3가지 지원

교재만으로 막히거나 혼자 반복하기 어려울 때 사용합니다.

스터짐N
EBS 진도를 한눈에 관리
수특·수완 문항 검색 › 학습 상태·회독 체크 › 교재별 진도 확인까지

인강
막히는 문제를 바로 이해
국어·수학 해설과 손글씨 풀이로 개념과 답안 흐름 보완

트래커
오늘의 미션부터 다시 풀 문제까지
미션 확인 > 풀이 제출 > 튜터 평가 > 재학습

올인원 패키지
혼자 하기 어렵다면 한번에
교재 + 인강 + 질문 + 첨삭 + 트래커를 하나의 루틴으로 관리

스터짐 홈페이지 바로가기 QR스캔

홈페이지 : www.stugym.net

Spartan PE System
STUGYM



POWERUP

STUGYM N REVIEW EVENT

후기 남기고, 추가 교재 1권 받기

스터짐 N에 교재후기 · 수강후기 · 사용후기 중 하나를 남겨 주세요.

01 합격을 앞당길 추가 교재 1권 택1

① 가천대 4개년 수학 기출 완벽 분석(수학I)
② 가천대 4개년 수학 기출 완벽 분석(수학II)
③ 악술형 국어 주제별 핵심 분석집

stugymN

QR 찍고 스터짐N 접속 후기 작성 · 추가 혜택 받기

01은 후기 작성 혜택이며,
02 · 03은 스터짐N 접속 후 추가로 받을 수 있습니다.

스터짐 N에 접속하면 추가 혜택까지!

02 2026 가천대 기출분석집 PDF

스터짐N에서 무료로 받기

03 스터짐 홈페이지 5,000P

교재 · 인강 · 올인원 패키지 결제에 사용

WHY STUGYM N?

악술형 논술은 출제 교재가 정해진 시험입니다.

따라서 회독 횟수와 이해도가 합격을 결정합니다.

스터짐N은 교재에 실린 국어 제시문과 수학 문항의 중요도 · 출제 가능성을 확인하고,
회독 횟수와 이해도를 스스로 점검 · 기록하는 학습 관리 프로그램입니다.

국어
중요 제시문 확인
회독 횟수 · 이해도 기록

수학
중요 문항 확인
회독 횟수 · 이해도 기록

stugymN

QR 찍고 스터짐N 접속

지금 QR 찍고
회독 · 이해도 기록 시작
KN · MN 번호로 모든 제시문과 문항의
회독 · 이해도 기록을 한눈에 관리합니다.
중요한 문항을 완전히 이해할 때까지 반복하세요.

01 중요도 확인 → 02 반복 학습 → 03 이해도 점검 → 04 데이터 누적

Spartan PE System STUGYM

STUGYM BOOKS GUIDE

스터짐북스 사용가이드

기초를 세우는 2단계

BASIC&기출분석집

STEP 1 기본

BASIC

처음 시작하는 학생에게 가장 중요한 필수 입문 과정

기초 구조화 · 약술 기본 완성

1. **필수 개념 확인**
   약술형 논술과 수학 답안의 가장 기본 구조를 익힙니다.
2. **핵심 문제 적용**
   자주 나오는 유형에 바로 적용합니다.
3. **답안 완성**
   직접 써보며 약술형 답안 형식을 완성합니다.

수학 2권 / 국어 1권



수학·국어 SET

완료 기준 첫 문장 · 첫 식이 바로 떠오르면 **이럴 때 시작** 처음 시작하거나 답안 작성법이 낯설 때

STEP 2 분석집 기출분석집 SPECIAL · 대학별 수학 기출해부 16종

기출분석집

대학별 출제원리, EBS 연계 분석, 채점 기준까지 한 권으로 정리

출제 원리 파악

1. **출제원리 확인**
   대학별 문제 구조와 포인트를 파악합니다.
2. **연계 분석**
   EBS와 학교 기출의 연결 지점을 읽습니다.
3. **답안 훈련**
   실제 기출을 약술형 답안 흐름으로 익힙니다.

총 16개 대학 기출분석집

수학 국어 통합본



총 16권

완료 기준 대학별 답안 구조가 먼저 떠오르면 **이럴 때 시작** 목표 대학을 정했거나 학교별 차이를 먼저 파악하고 싶을 때

전화번호 : 031-1551-5476 홈페이지 : www.stugym.net 이메일 : stugymmath@gmail.com

스터짐 홈페이지 바로가기 QR스캔

BASIC — 기출분석집 — POWER UP — BOOSTER — ARENA

STUGYM N 인강 TRACKER ALL IN ONE

상시지원 프로그램

POWER UP&BOOSTER

STEP 3 개념완성

POWER UP

EBS 변형 훈련

EBS 수특 · 수완 완전 변형 훈련,
학교 기출 연계 대비를 위한 핵심 실전 훈련

1. **EBS 핵심 개념 정리**
   자주 쓰이는 개념과 표현을 정리합니다.
2. **변형 문제 훈련**
   조건이 바뀐 문항에 적용합니다.
3. **답안 구조 완성**
   실전 답안 흐름으로 정리합니다.

국어 5권



수학 3권



국어 구성: 독서 1-2, 문학 1-2, 수특·수완 (총 3종 5권 분량)

수학 구성: 수학 Ⅰ , 수학 Ⅱ ,수특·수완 (총 3종 3권 분량)

완료 기준 EBS가 변형돼도 풀이의 뼈대가 유지되면 **이럴 때 시작** EBS 학습은 했지만 실전 적용이 약할 때

STEP 4 심화

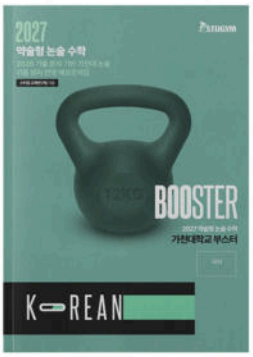
BOOSTER

학교별 기출 경향을 반영한
고난도 변형 훈련

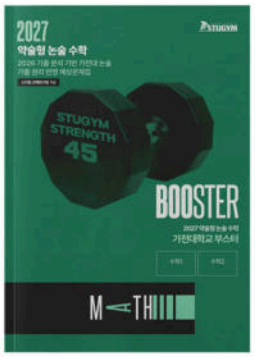
학교별 집중 훈련

1. **대학별 포인트 정리**
   목표 대학의 출제 경향을 압축합니다.
2. **예상문제 훈련**
   기출 원리를 반영한 변형 문제를 풉니다.
3. **실전 강화**
   학교별 스타일에 맞는 답안을 완성합니다.

국어 6권



수학 8권



총 14권

완료 기준 목표대학 방식으로 제한 시간 안에 답안을 완성할 수 있으면 ARENA로 이동 **이럴 때 시작** 학교별 맞춤 훈련이 필요한 시점

파이널 실전 + 상시 학습관리

ARENA

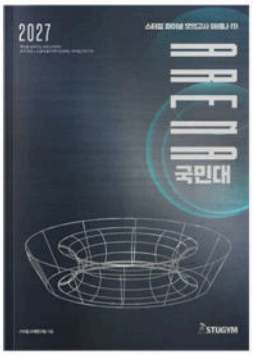
STEP 5 파이널

ARENA 시험 직전 시간 관리와 실전 감각 완성

실전 모의고사형 최종 점검

1. **실제 시간에 맞춰 응시**
   제한 시간 안에서 푸는 감각을 익힙니다.
2. **회차별 채점과 감점 확인**
   실제 시험처럼 풀며 약점을 확인합니다.
3. **오답을 이전 교재로 돌아가 보완**
   감점 요소를 줄이며 답안 완성도를 올립니다.

국어 수학 SET



총 16개 대학 실전모의고사

16개 대학 대비 · 10개 세트

완료 기준 제한 시간 안에 핵심식과 답안을 빠짐없이 완성할 수 있으면 실전 준비 완료 **이럴 때 시작** BOOSTER까지 마친 뒤 실전 점검이 필요할 때

완주를 돕는 4단계

BASIC — 기출분석집 — POWER UP — BOOSTER — ARENA

STUGYM N 인강 TRACKER ALL IN ONE

상시지원 프로그램

상시지원 프로그램 SET

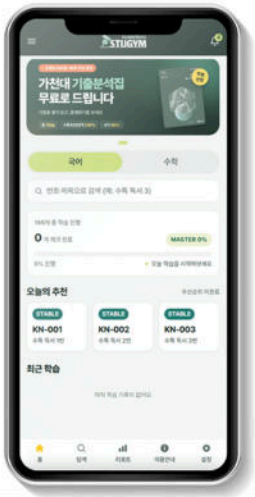
모든 기능을 하나로 연결해 끝까지 완주를 도와드립니다!

HELP 1

STUGYM N EBS 진도를 빠짐없이 기록하는 학습 관리 도구

검색부터 상태 체크 · 회독 · 진도 확인까지

1. **번호로 문항 바로 찾기**
   "수특 독서 3번"처럼 번호·제목으로 검색합니다.
2. **학습 상태와 회독 기록**
   미학습 · 학습중 · 복습 · MASTER로 표시하고 회독을 쌓습니다.
3. **다음에 볼 페이지 확인**
   교재별 진도와 안 푼 구간을 보고 이어서 학습합니다.



완료 기준 목표 교재의 문항이 빠짐없이 채워져 어디를 더 봐야 할지 남지 않은 상태 **이럴 때 시작** 교재를 펼 때마다 "어디까지 했더라"가 반복될 때

HELP 2

인강 국어 · 수학 해설과 손글씨 풀이로 핵심을 빠르게 보완

교재로 막히는 부분을 바로 이해하는 인강



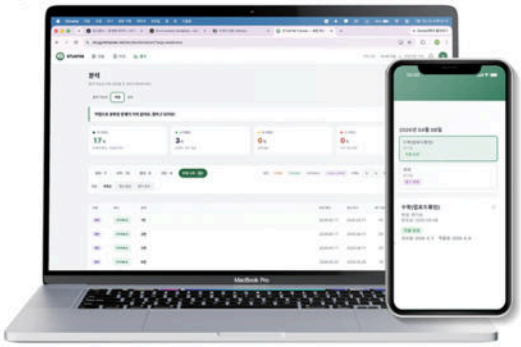
1. **교재를 먼저 풀기**
   필요한 과목과 파트를 바로 선택합니다.
2. **막힌 부분만 해설 확인**
   출제원리와 답안 흐름을 해설로 정리합니다.
3. **화면을 닫고 손으로 다시 풀기**
   다시 볼 수 있게 핵심 과정을 남깁니다.

완료 기준 강의를 보지 않고도 풀이 원리와 답안 흐름을 설명할 수 있는 상태 **이럴 때 시작** 교재만으로 이해가 부족한 순간

HELP 3

TRACKER 학습 습관을 만들고 끝까지 완주하게 돕는 관리 시스템

오늘의 미션부터 제출 · 평가 · 재학습까지



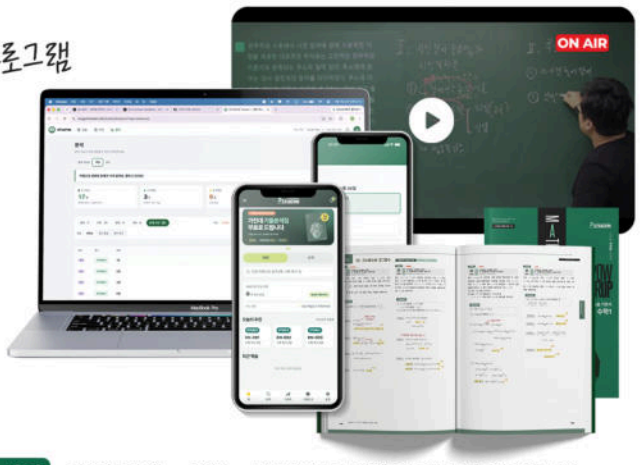
1. **오늘 할 미션 확인**
   당일 미션과 목표를 바로 확인합니다.
2. **실제 풀이 제출**
   학습 내용을 제출하고 피드백을 받습니다.
3. **튜터 평가 후 부족 문제 재학습**
   틀린 문제와 약점을 재학습으로 연결합니다.

완료 기준 틀린 문제와 약점이 다음 미션으로 자동 연결되어 반복 루틴이 끊기지 않는 상태 **이럴 때 시작** 혼자 반복 관리가 어렵거나 끝까지 완주가 힘들 때

HELP 4

올인원 패키지 혼자 하기 어렵다면 모든 과정을 한 루틴으로 연결하는 완전관리 프로그램

교재·인강·질문·첨삭·트래커를 한 번에



1. **현재 상태 진단과 계획**
   현재 상태에 맞는 시작점을 정합니다.
2. **교재·인강·질문·첨삭으로 학습 실행**
   교재 · 인강 · 질문 · 첨삭을 연결해 진행합니다.
3. **트래커와 튜터 평가로 반복 관리**
   반복과 점검을 통해 답안 완성까지 끌고 갑니다.

완료 기준 진도 완료가 아니라 답안 완성까지 도달하면 **이럴 때 시작** 혼자 계획 · 실행 · 반복을 동시에 관리하기 어려울 때

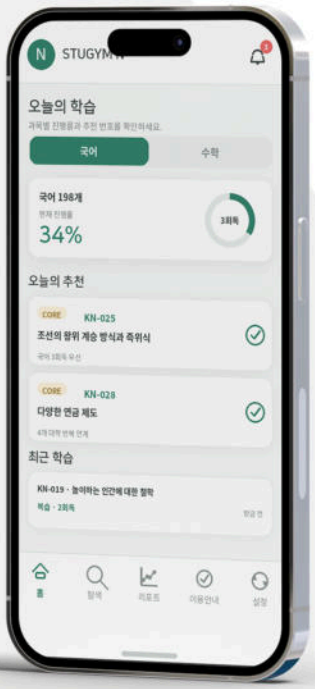
Spartan PE System
STUGYM

모든 교재 공통 · 무료 학습 도구

STUGYM N · 사용 가이드

교재가 정해진 시험은,
공부의 기록이 합격을 만듭니다.

스터짐N은 교재에 표시된 KN·MN 번호를 검색해 EBS 원문 위치와 중요도를 확인하고, 학습 상태와 회독을 기록하는 무료 학습 도구입니다.
부스터·아레나에서 틀린 문항은 해설에서 끝내지 말고, 같은 번호의 파워업과 EBS 원문으로 돌아갑니다.



EBS 원문 > POWERUP > BOOSTER > ARENA

한 번호로 원문·기출·실전·복습까지 연결

사용법은 매일 같은 **4단계**입니다

검색 > 확인 > 기록 > 다음 학습 위치 확인

1 번호 검색

교재에 적힌 KN·MN 번호를 그대로 입력합니다.
예) KN-025 · MN-062

2 중요도 확인

난도가 아니라 합격 기여도입니다.
CORE·STABLE부터 먼저 학습합니다.

3 상태·회독 기록

미학습 > 학습중 > 복습 > MASTER
국어 3회독 · 수학 10회독을 기록합니다.

2 리포트 확인

다음에 볼 번호, 안 한 구간, 중요도별 완료율을 확인합니다.

가장 중요한 사용 원칙

틀리면 해설지에서 끝내지 말고, 그 번호의 **파워업·EBS 원문**으로 돌아가십시오.

한 번호로 원문·기출·실전·복습까지 연결

영상으로 바로 따라하기
QR을 찍고 3분 사용법 보기

스터짐 홈페이지 바로가기 QR스캔

홈페이지 : www.stugym.net

Spartan PE System
STUGYM

POWERUP



1 파워업 메디컬 미적분 심화 가이드북 006p

2 미적분 변형문제

수능특강 미적분

01 수열의 극한 022p
02 급수 024p
03 여러 가지 함수의 미분 026p
04 여러 가지 미분법 028p
05 도함수의 활용 030p
06 여러 가지 적분법 034p
07 정적분의 활용 038p

수능완성 미적분

07 수열의 극한 042p
08 미분법 044p
09 적분법 050p

실전 모의고사 056p

3 미적분 변형문제 해설

수능특강 미적분

01 수열의 극한 066p
02 급수 070p
03 여러 가지 함수의 미분 074p
04 여러 가지 미분법 076p
05 도함수의 활용 080p
06 여러 가지 적분법 084p
07 정적분의 활용 088p

수능완성 미적분

07 수열의 극한 092p
08 미분법 096p
09 적분법 102p

실전 모의고사 108p

CONTENTS.

4 미적분 변형문제 손글씨 해설

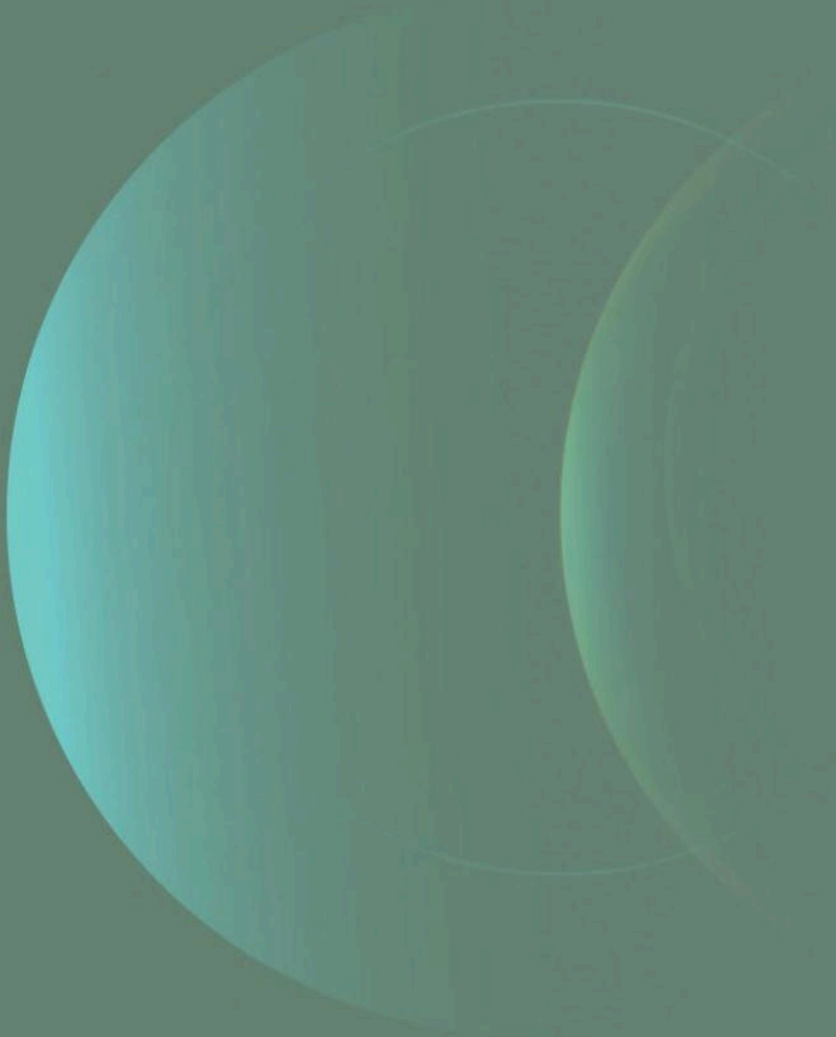
수능특강 미적분

01 수열의 극한 122p
02 급수 126p
03 여러 가지 함수의 미분 128p
04 여러 가지 미분법 130p
05 도함수의 활용 134p
06 여러 가지 적분법 138p
07 정적분의 활용 142p

수능완성 미적분

07 수열의 극한 146p
08 미분법 148p
09 적분법 154p

실전 모의고사 160p



STUGYM MATH

CHAPTER

1

파워업 가이드북

1 파워업 가이드북

PROLOGUE

가천대학교 의예과·한의예과·약학과 | 삼육대학교 약학과
EBS 수능특강 미적분 · 수능완성 미적분 고난도 문항 70제 서술형 변형

이 가이드북은 다음 세 가지 질문에 답하기 위해 만들었습니다.

Q1. 왜 메디컬 약술형 논술만 미적분까지 준비해야 하는가?

Q2. 8문항 80분 시험에서 점수는 어디서 갈리는가?

Q3. 이 70문항을 어떤 순서로, 어떻게 써 가며 풀어야 하는가?

※ 입시 정보는 2027학년도 전형계획 및 각 대학 발표 자료를 기준으로 정리했습니다. 최종 확정 모집요강은 반드시 각 대학 입학처 홈페이지에서 확인하시기 바랍니다.

가이드북 차례

구분	제목	수록 내용
PART 1	2027 메디컬 약술형 논술, 무엇이 달라졌나	대학별 요강 · 일반 논술과의 차이
PART 2	출제 원리와 이 교재의 설계	EBS 연계 구조 · 70문항 구성 · 넘버링 표 보는 법
PART 3	답안 작성 매뉴얼	채점 원리 · 5단계 서술 골격 · 모범답안 예시 · 감점 사례 10
PART 4	미적분 단원별 서술 체크리스트	7개 단원에서 반드시 써야 할 문장
PART 5	80분 실전 운영 전략과 학습 플랜	시간 배분 · 3회독법 · 4주 완성표 · 시험 당일 체크
부록	학습 점검표	단원별 진도 · 오답 기록

PART 1 2027 메디컬 약술형 논술, 무엇이 달라졌나

01. 2027학년도, 메디컬 약술형의 문이 세 개 더 열렸습니다

2027학년도 수시모집에서 가천대학교는 논술전형으로 한의예과(7명)와 약학과(6명)를 새로 선발합니다. 기존 의예과(6명)까지 더하면 의약학계열 세 개 학과에서 총 19명을 논술로 뽑습니다. 삼육대학교 역시 약학과에 처음으로 약술형 논술을 도입해 5명을 선발합니다.

두 대학 모두 학생부를 전혀 반영하지 않는 논술 100% 전형입니다. 내신이 부담이던 학생에게 의약학계열 진입 경로가 새로 생긴 셈이고, 동시에 "수학 시험 한 번으로 끝나는" 전형이라는 뜻이기도 합니다.

핵심은 출제범위입니다.

일반 약술형 논술의 수학 출제범위는 대부분 수학Ⅰ·수학Ⅱ까지입니다. 그러나 가천대 의예·한의예·약학과와 삼육대 약학과는 수학Ⅰ·수학Ⅱ·미적분을 모두 출제범위로 지정하고 있습니다. 국어는 보지 않고 수학만 봅니다.

즉, 메디컬을 노리는 학생은 다른 약술형 수험생이 준비하지 않는 미적분을, 그것도 서술형으로 준비해야 합니다. 이 교재가 존재하는 이유입니다.

02. 대학별 요강 한눈에 보기

구분	가천대 의예·한의예·약학	삼육대 약학
모집인원	의예 6명 · 한의예 7명 · 약학 6명 (총 19명)	5명
전형방법	논술 100% (학생부 미반영)	논술 100% (학생부 미반영)
출제 과목	수학 단일 (국어 없음)	수학 단일 (국어 없음)
출제 범위	수학 I · 수학 II · 미적분	수학 I · 수학 II · 미적분
문항 수 / 시간	8문항 / 80분	8문항 / 80분
수능최저	의예: 국·수(기하 또는 미적분)·영·과탐 중 3개 영역 각 1등급 (과탐 2과목 평균, 소수점 절사) / 한의예: 2개 영역 각 1등급 (과탐은 2과목 모두 각각 1등급) / 약학: 3개 영역 등급 합 5 이내 (과탐 2과목 평균)	국·영·수(미적분 또는 기하)·과탐(1과목) 중 3개 영역 등급 합 5 이내
고사일	2026년 11월 29일 (수능 이후 시행, 일반계열과 별도 고사)	일반학과와 별도 고사 (일정은 최종 모집요강 확인)
출제 근거	고교 교육과정 + EBS 수능특강·수능완성 연계	고교 교육과정 + EBS 수능 연계교재

※ 위 내용은 2027학년도 전형계획·대학 발표 기준입니다. 최저학력기준과 고사일은 확정 모집요강에서 반드시 재확인하세요.

03. 일반 약술형과 무엇이 다른가 — 시간이 두 배입니다

비교 항목	일반계열 약술형 논술	메디컬(의·한·약) 약술형 논술
문항 구성	국어 5문항 + 수학 8문항 = 13문항	수학 8문항
시험 시간	80분	80분
문항당 시간	약 6분	약 10분
수학 출제범위	수학 I · 수학 II	수학 I · 수학 II · 미적분
문항 성격	개념 1~2개를 묻는 단답 서술	개념 2~3개가 결합된 다단계 서술

같은 8문항이라도 시간이 두 배라는 것은 "여유롭다"는 뜻이 아니라, 한 문항에 10분을 쓰게 만들 만큼 단계가 많은 문제가 나온다는 신호입니다. 실제로 메디컬 문항은 다음 세 가지 방향으로 난도를 올립니다.

- ① 계산량 증가 — 치환·부분적분을 두 번 이상 거치거나, 급수의 부분합을 직접 유도해야 하는 문항
- ② 개념 결합 — 도형(사인·코사인법칙)과 미분, 수열과 정적분처럼 서로 다른 단원이 한 문항 안에서 만나는 구성
- ③ 경우 분류 — 상수의 범위나 그래프의 개형에 따라 답이 갈려, 경우를 나누어 서술해야 하는 문항

그래서 이 교재는 수능특강·수능완성 미적분 중에서도 Level 3, 실력완성, 실전모의고사 28~30번급 문항만 골라 서술형으로 바꿨습니다. 쉬운 문항으로 감을 잡는 교재가 아니라, 시험장에서 만날 상한선을 미리 겪는 교재입니다.

PART 2 출제 원리와 이 교재의 설계

01. 출제의 출발점은 언제나 EBS 연계교재입니다

두 대학 모두 고교 교육과정과 EBS 수능 연계교재를 바탕으로 출제한다고 공식적으로 밝히고 있습니다. 출제 방식도 일관됩니다. 수능·모의고사형 객관식 문항을 답만 고르는 형태에서 "구하는 과정을 서술하시오" 형태로 전환하는 것입니다.

단계	원본(EBS 연계교재)	논술 문항으로의 전환
1단계	객관식 5지선다 / 단답형	선택지 삭제 → 답을 스스로 만들어야 함
2단계	정답 하나만 채점	풀이 과정 단계별 채점 → 부분점수 발생
3단계	숫자를 대입해 빠르게 소거 가능	소거·대입 풀이 봉쇄 → 정공법 서술만 인정

객관식에서는 "답이 정수일 것 같으니 3번" 같은 감각이 통하지만, 서술형에서는 그 감각이 0점입니다. 이 교재의 모든 문항이 "~을 구하는 과정을 서술하시오"로 끝나는 이유입니다.

02. 이 교재는 이렇게 구성했습니다

2027 EBS 수능특강 미적분과 수능완성 미적분에서 선별한 70문항을 수록했습니다.

출처	문항 수	선별 기준
수능특강 미적분	31문항	1.수열의 극한 ~ 7.정적분의 활용 / Level 2·Level 3·대표기출문제 중심
수능완성 미적분	39문항	7.수열의 극한 ~ 9.적분법 본문 문항·필수유형 + 실전모의고사 1~5회(28~30번)
합계	70문항	난이도 ★★★ 7문항 · ★★★★ 34문항 · ★★★★★ 29문항

넘버링 읽는 법

- 교재 넘버링 001~070은 수록 순서입니다. 단원 순서대로 배열했습니다.
- 각 문제 아래의 "파워업 488~561"은 파워업 시리즈 전체를 관통하는 통합 넘버링입니다. 아레나(실전모의고사)에서 "파워업 000 변형"으로 다시 만나게 되므로, 이 번호로 오답을 관리하면 시리즈 전체가 하나로 연결됩니다.
- 문항 머리말에는 원본 출처(교재명 · 단원 · 문항 번호)를 그대로 표기했습니다. 틀린 문항은 원본 교재의 해당 단원을 다시 펴 보라는 뜻입니다.
- 난이도는 ★ 3~5개로 표시했습니다. ★★★도 이 교재 안에서의 상대적 표기일 뿐, 절대적으로는 모두 고난도 문항입니다.

학습이해도 칸 사용법

가이드북의 매칭 넘버링 표에는 문항마다 최상·상·중·중하·하 표시 칸이 있습니다. 풀 때마다 바로 표시해 두세요.

- 최상·상 — 서술까지 막힘없이 끝낸 문항. 3회독 때 손글씨 해설로만 확인.
- 중 — 답은 맞았지만 서술이 엉켰거나 시간을 초과한 문항. 백지 재서술 대상.
- 중하·하 — 반드시 해설 → 손글씨 해설 순으로 확인한 뒤 3일 안에 다시 풀어야 하는 문항.

표가 채워지면 그것이 곧 시험 2주 전에 무엇을 볼지 알려주는 지도가 됩니다.

표에서 제외된 수능특강·수능완성 원본 문항은 학생 스스로 풀어 빈틈을 채우시기 바랍니다. 이 교재는 "어려운 문항만" 모은 책이므로, 기본 유형은 원본 교재가 담당합니다.

PART 3 답안 작성 매뉴얼 — 점수는 여기서 갈립니다

01. 채점자는 무엇을 보는가

약술형 논술의 평가 기준은 대학마다 표현이 조금씩 다르지만 결국 세 가지로 수렴합니다.

- ① 문항의 핵심 개념을 정확히 이해하고 있는가 — 어떤 정리·공식을 왜 쓰는지 드러났는가
- ② 문제 해결 과정을 논리적으로 서술했는가 — 앞 줄에서 뒤 줄이 따라 나오는가
- ③ 결과가 정확한가 — 계산과 최종 답, 그리고 문제가 요구한 형태(자연수, 서로소, $p+q$ 등)를 지켰는가

바꿔 말하면, 답이 틀려도 ①과 ②가 살아 있으면 점수가 남습니다. 반대로 답이 맞아도 과정이 비어 있으면 점수가 사라집니다. 8문항짜리 시험에서 문항 하나의 부분점수는 합격선을 넘기는 결정적 변수입니다.

02. 부분점수를 만드는 5단계 서술 골격

어떤 문항이든 다음 다섯 줄의 뼈대를 지키면 최소한의 점수는 확보됩니다. 이 교재의 모든 해설도 이 순서로 쓰여 있습니다.

단계	무엇을 쓰나	문장 예시
1	조건 정리 · 문자 정의	"점 P의 x좌표를 $t(t>0)$라하자.", "조건 (가)에서 $f(1)=2$이므로"
2	사용할 정의·정리 명시	"등비급수의 수렴조건에 의하여", "삼각형 ABC에서 사인법칙에 의하여"
3	식 세우기	"따라서 $\frac{a}{1-r}=6$ … ㉠"처럼 번호를 붙여 둘 것
4	계산 · 경우 분류	"㉠, ㉡을 연립하면", "$(i)r>1$일 때 / $(ii)0<r<1$일 때"
5	결론 문장 + 조건 확인	"따라서 구하는 값은 13이다." 단서(서로소·자연수·범위) 충족 여부까지 한 줄 더

시간이 부족해 끝까지 못 풀었다면?

1~3단계까지만 써 두어도 점수가 남습니다. 백지로 내는 것과 "문자를 정의하고 식을 세워 둔 답안"은 완전히 다릅니다. 시험 종료 5분 전에는 손대지 못한 문항으로 돌아가 최소한 조건 정리와 식 세우기까지는 적어 두세요.

03. 모범 답안 예시

아래는 서술 골격을 보여 주기 위한 예시 문항입니다. 같은 답을 쓰더라도 서술이 어떻게 달라지는지 비교해 보세요.

예시 1 — 급수 (수렴조건을 밝히는 문장이 점수입니다)

[문제] 첫째항이 a, 공비가 r인 등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$이 수렴하고 그 합이 6이다. 또 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^2$이 수렴하고 그 합이 12일 때, a의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

△ 감점되는 답안

$\frac{a}{1-r}=6$, $\frac{a^2}{1-r^2}=12$ 이므로 연립하면 $r=\frac{1}{2}$, $a=3$

- → 답은 맞지만 수렴조건을 한 번도 언급하지 않았습니다. 등비급수를 다루는 문항에서 $|r|<1$은 채점 요소입니다.
-

◎ 만점 답안

- 등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$이 수렴하므로 $a=0$ 또는 $|r|<1$이다. 그런데 합이 $6\neq 0$으로 $a\neq 0$이고, 따라서 $|r|<1$이다. ① (조건 확인)
- 등비급수의 합에서 $\frac{a}{1-r}=6$ … ㉠
- 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^2$은 첫째항 a^2, 공비 r^2인 등비급수이고 $|r|<1$이므로 $|r^2|<1$이어서 수렴한다. 따라서 $\frac{a^2}{1-r^2}=12$ … ㉡
- ㉡의 좌변은 $\frac{a^2}{(1-r)(1+r)}$이고, ㉠에서 $\frac{a}{1-r}=6$이므로 $\frac{6a}{1+r}=12$, 즉 $a=2(1+r)$ … ㉢
- ㉠에서 $a=6(1-r)$이므로 ㉢과 연립하면 $6-6r=2+2r$, $8r=4$, $r=\frac{1}{2}$
- $\left|\frac{1}{2}\right|<1$이므로 조건을 만족하고, $a=6\left(1-\frac{1}{2}\right)=3$ 이다. 따라서 $a=3$이다.

예시 2 — 치환적분 (구간 변경을 적지 않으면 감점입니다)

[문제] 곡선 $y=xe^{x^2}$과 x축 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하는 과정을 서술하시오.

◎ 만점 답안

- $0\le x\le 1$에서 $x\ge 0$이고 $e^{x^2}>0$이므로 $y\ge 0$이다. 따라서 구하는 넓이 S는 $S=\int_0^1 xe^{x^2}dx$ 이다. … (부호 판정: 절댓값을 벗기는 근거)
- $t=x^2$으로 놓으면 $dt=2x\,dx$ 즉 $x\,dx=\frac{1}{2}dt$ 이다.
- x가 0에서 1까지 변할 때 t는 0에서 1까지 변한다. … (구간 변경을 반드시 명시)

- 따라서 $\mathrm{S}=\frac{1}{2}\int_0^1 \mathrm{e}^{\mathrm{t}}\,\mathrm{dt}=\frac{1}{2}\left[\mathrm{e}^{\mathrm{t}}\right]_0^1=\frac{1}{2}(\mathrm{e}-1)$ 이다.
- 그러므로 구하는 넓이는 $\frac{e-1}{2}$ 이다.

두 예시의 공통점은 "당연해 보이는 한 줄"을 생략하지 않았다는 것입니다. 채점자는 학생의 머릿속을 볼 수 없고, 답안지에 적힌 문장만 봅니다.

04. 자주 나오는 감점 사례 10

No.	감점 사례	교정 방법
1	답만 쓰고 과정이 없음	정답이어도 서술 점수가 대부분 소멸. 최소 3줄은 확보
2	치환적분에서 적분 구간을 바꾸지 않음	$t=g(x)$로 치환하면 구간도 함께 바뀐다는 문장을 반드시 기재
3	문자를 정의하지 않고 사용	"점 P의 x좌표를 t라 하자"가 없으면 뒤의 모든 식이 근거를 잃음
4	등비급수의 수렴조건 $\lvert r\rvert<1$ 미언급	급수 문항의 고정 채점 요소
5	연속성·미분가능성 확인 없이 $f'(a)$ 사용	"실수 전체에서 미분가능하므로"처럼 근거를 한 줄로 명시
6	교육과정 밖 정리 사용(로피탈 정리 등)	결론이 맞아도 인정되지 않을 수 있음. 부정형은 형태 변형으로 해결
7	경우를 나눠야 하는데 한 경우만 서술	(i), (ii)로 나누고 각 경우의 결론을 따로 적을 것
8	그래프만 그리고 근거 문장이 없음	그림은 보조 자료. "증감표에서 $x=2$일 때 극대이므로"처럼 문장으로 연결
9	마지막 단서를 확인하지 않음	p, q가 서로소인 자연수 → $p+q$를 답으로, 단위·범위 조건 재확인
10	답안 정정이 지저분하거나 답안 칸을 벗어남	검정 펜으로 두 줄 긋고 옆에 다시 쓰기. 지정 칸 안에서 작성

PART 4 미적분 단원별 서술 체크리스트

단원마다 "이 문장이 없으면 감점"인 지점이 정해져 있습니다. 문항을 풀고 나서 아래 항목이 답안에 실제로 적혀 있는지 확인하세요.

01. 수열의 극한

- □ $\frac{\infty}{\infty}$, $\infty-\infty$ 등 어떤 부정형인지 밝히고, 최고차항으로 나누거나 유리화하는 이유를 적는다.
- □ 등비수열 r^n의 극한은 $|r|<1$, $r=1$, $r>1$, $r\le -1$로 경우를 나누어 서술한다.
- □ 샌드위치 정리를 쓸 때는 부등식이 성립하는 n의 범위를 함께 적는다.
- □ 극한값이 존재한다고 가정하고 푸는 경우, 수렴한다는 사실이 문제에서 주어졌음을 명시한다.

02. 급수

- □ 등비급수는 첫째항이 0이거나 $|r|<1$일 때만 수렴한다는 조건을 먼저 쓴다.
- □ "$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$이 수렴하면 $\lim_{n\to\infty} a_n=0$"은 성립하지만 역은 성립하지 않는다. 방향을 혼동하지 않는다.
- □ 부분합 S_n을 구한 뒤 $\lim_{n\to\infty} S_n$으로 마무리하는 흐름을 그대로 노출한다.
- □ 도형이 반복되는 급수는 닮음비 r을 어떻게 구했는지(대응변의 비) 근거를 서술한다.

03. 여러 가지 함수의 미분

- □ $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$, $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$, $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1$ 을 쓰려면 그 형태로 변형하는 과정을 보여야 한다.
- □ 삼각함수의 극한은 각의 단위가 라디안임을 전제로 한다.
- □ 지수·로그함수는 밑의 조건$(a>0, a\neq 1)$과 진수 조건을 확인한다.

04. 여러 가지 미분법

- □ 합성함수 미분에서는 안쪽 함수를 무엇으로 두었는지 명시한다.
- □ 음함수 미분은 "양변을 x에 대하여 미분하면"이라는 문장으로 시작한다.
- □ 역함수 미분은 $f(b)=a$임을 먼저 밝히고 $(f^{-1})'(a)=\frac{1}{f'(b)}$, $f'(b)\neq 0$을 확인한다.
- □ 매개변수로 나타낸 함수는 $\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$와 $\frac{dx}{dt}\neq 0$ 조건을 함께 적는다.

05. 도함수의 활용

- □ 접선은 접점을 $(t, f(t))$로 두고 기울기가 $f'(t)$임을 밝힌 뒤 식을 세운다.
- □ 극값은 f'의 부호 변화(증감표)로 판정하고, 변곡점은 $f''=0$이면서 부호가 바뀜을 확인한다.
- □ 방정식의 실근 개수는 $y=f(x)$와 $y=k$의 교점 문제로 바꾼 뒤 그래프 개형을 근거로 든다.
- □ 평면 운동에서는 속도 $\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right)$와 속력 $\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$을 구분해 쓴다.

06. 여러 가지 적분법

- □ 치환적분은 치환식, dt와 dx의 관계, 적분 구간의 변경 세 가지를 모두 적는다.
- □ 부분적분은 u와 dv를 무엇으로 두었는지 밝히고, 반복 적용 시 규칙을 유지한다.
- □ 삼각함수 적분에서 배각·반각 공식을 쓸 때는 변형한 식을 한 줄 남긴다.
- □ 정적분과 급수의 관계는 구간의 n등분, $\Delta x=\frac{b-a}{n}$, x_k의 설정까지 서술한다.

07. 정적분의 활용

- □ 넓이는 두 곡선의 교점을 구한 뒤 어느 쪽이 위인지 판정한 근거를 적는다.
- □ 입체도형의 부피는 단면의 넓이 $S(x)$를 먼저 유도하고 $\int_a^b S(x)\,dx$로 연결한다.
- □ 회전체의 부피는 $\pi\int_a^b \{f(x)\}^2\,dx$의 형태로, 회전축을 명시한다.
- □ 곡선의 길이는 $\int_a^b \sqrt{1+\{f'(x)\}^2}\,dx$, 매개변수의 경우 $\int_\alpha^\beta \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$를 사용한다.
- □ 역함수의 넓이는 직사각형에서 원함수의 넓이를 빼는 대칭 관계를 근거로 든다.

PART 5 80분 실전 운영 전략과 학습 플랜

01. 80분을 이렇게 씁니다

구간	시간	할 일
탐색	0~3분	8문항을 모두 훑어보고 ○(바로 풀린다) △(시간이 걸린다) ×(막막하다)를 표시. 푸는 순서를 정한다.
1차 풀이	3~50분	○ → △ 순서로 해결. 문항당 8분을 상한으로 두고, 넘어가면 식까지만 적고 다음 문항으로.
2차 공략	50~70분	× 문항과 중단한 문항으로 복귀. 조건을 다시 읽고 쓰지 않은 조건이 있는지 확인.
마무리	70~80분	빈 답안 칸 제거(문자 정의·식 세우기라도 기재), 최종 답의 단서 조건 확인, 정정 부분 정리.

- 문항당 목표는 8분입니다. 10분을 다 쓰면 검토 시간이 사라집니다.
- 3분 동안 방향이 잡히지 않으면 넘어가되, 반드시 조건 정리와 식 세우기까지는 남겨 둡니다.
- 답안은 검정 펜으로 작성하고, 틀린 부분은 두 줄로 긋습니다. 수정테이프 사용 가능 여부는 시험 당일 안내에 따릅니다.
-

02. 이 교재를 쓰는 3회독 학습법

회독	방식	핵심
1회독	타이머 10분, 실전처럼 서술	막힌 문항은 그 자리에서 답을 보지 말 것. 학습이해도 칸에 즉시 표시.
2회독	해설 정독 후 백지 재서술	해설을 덮고 백지에 처음부터 다시 쓴다. 눈으로 읽은 해설은 시험장에서 재생되지 않는다.
3회독	손글씨 해설로 핵심식 흐름 확인	맞힌 문항도 반드시 확인한다. 내가 돌아간 길보다 짧은 길이 있었는지 30초 만에 알 수 있다.

손글씨 해설을 마지막에 두는 이

이 교재의 손글씨 해설은 핵심 식만 남긴 풀이입니다. 정식 해설이 "왜 그렇게 되는가"를 설명한다면, 손글씨 해설은 "시험장에서 실제로 손이 움직이는 경로"를 보여 줍니다. 그래서 문제를 맞힌 학생에게도 의미가 있습니다. 같은 답에 도달했더라도 경로가 3분 더 길었다면, 8문항 시험에서는 그 3분이 마지막 한 문항입니다.

03. 4주 완성 플랜

하루 4~5문항, 주 5일 기준입니다. 서술까지 포함해 한 문항에 10분, 채점과 재서술에 10분을 잡으세요.

주차	넘버링	범위	학습 목표
1주차	001~016	수능특강 1.수열의 극한 ~ 4.여러 가지 미분법	극한·급수의 수렴조건 서술 습관 만들기
2주차	017~031	수능특강 5.도함수의 활용 ~ 7.정적분의 활용 + 대표기출문제	증감표·넓이 문항의 근거 문장 정착
3주차	032~055	수능완성 7.수열의 극한 ~ 9.적분법	치환·부분적분 서술 정확도 끌어올리기
4주차	056~070	수능완성 실전모의고사 1~5회 (28~30번)	8문항 80분 실전 감각 + 1~3주차 오답 재풀이

시간이 8주 있다면 위 표를 그대로 2배로 늘리되, 늘어난 시간은 새 문항이 아니라 오답 재서술에 쓰는 편이 점수에 유리합니다.

04. 시험 당일 체크리스트

- ☐ 수험표, 신분증, 검정 펜 2자루 이상(같은 색), 시계(통신 기능 없는 것)
- ☐ 고사장은 계열별로 날짜가 다릅니다. 의예·한의예·약학과 고사일과 시간을 다시 확인했는가
- ☐ 수능 이후 시행되는 일정입니다. 수능 다음 날부터 미적분 서술 감각을 되살릴 계획이 있는가
- ☐ 80분 동안 화장실을 가지 않도록 시험 전 수분 섭취를 조절했는가
- ☐ 첫 3분은 푸는 게 아니라 훑는 시간이라는 것을 기억하는가
- ☐ 마지막 5분에 빈 칸을 없앤다는 원칙을 기억하는가

PART 부록 학습 점검표

단원을 마칠 때마다 기록해 두세요. 시험 2주 전에 무엇부터 다시 볼지 이 표가 알려 줍니다.

단원	넘버링	1회독	재풀이	다시 볼 문항 번호
수능특강 1.수열의 극한	001~004	/	/	
수능특강 2.급수	005~008	/	/	
수능특강 3.여러 가지 함수의 미분	009~012	/	/	
수능특강 4.여러 가지 미분법	013~016	/	/	
수능특강 5.도함수의 활용	017~021	/	/	
수능특강 6.여러 가지 적분법	022~026	/	/	
수능특강 7.정적분의 활용 + 대표기출	027~031	/	/	
수능완성 7.수열의 극한	032~035	/	/	
수능완성 8.미분법	036~045	/	/	
수능완성 9.적분법	046~055	/	/	
수능완성 실전모의고사 1~5회	056~070	/	/	

마지막으로

이 교재의 70문항은 모두 어렵습니다. 처음부터 다 풀리지 않는 것이 정상이고, 그래서 이 책을 고른 것입니다. 8문항 중 4문항을 완벽히 서술하는 학생과, 8문항 모두에 식 세우기까지 남긴 학생 중 후자가 합격선에 더 가깝습니다. 끝까지 빈 칸을 만들지 마세요.

[미적분] 수능특강·수능완성 → 파워업 문항 매칭 넘버링(표)

본 교재(미적분)에는 2027 EBS 수능특강 미적분과 수능완성 미적분에서 선별한 70문항이 수록되어 있습니다.
수능특강 31문항(1.수열의 극한 ~ 7.정적분의 활용), 수능완성 39문항(7.수열의 극한 ~ 9.적분법, 실전모의고사 1~5회) 구성입니다.

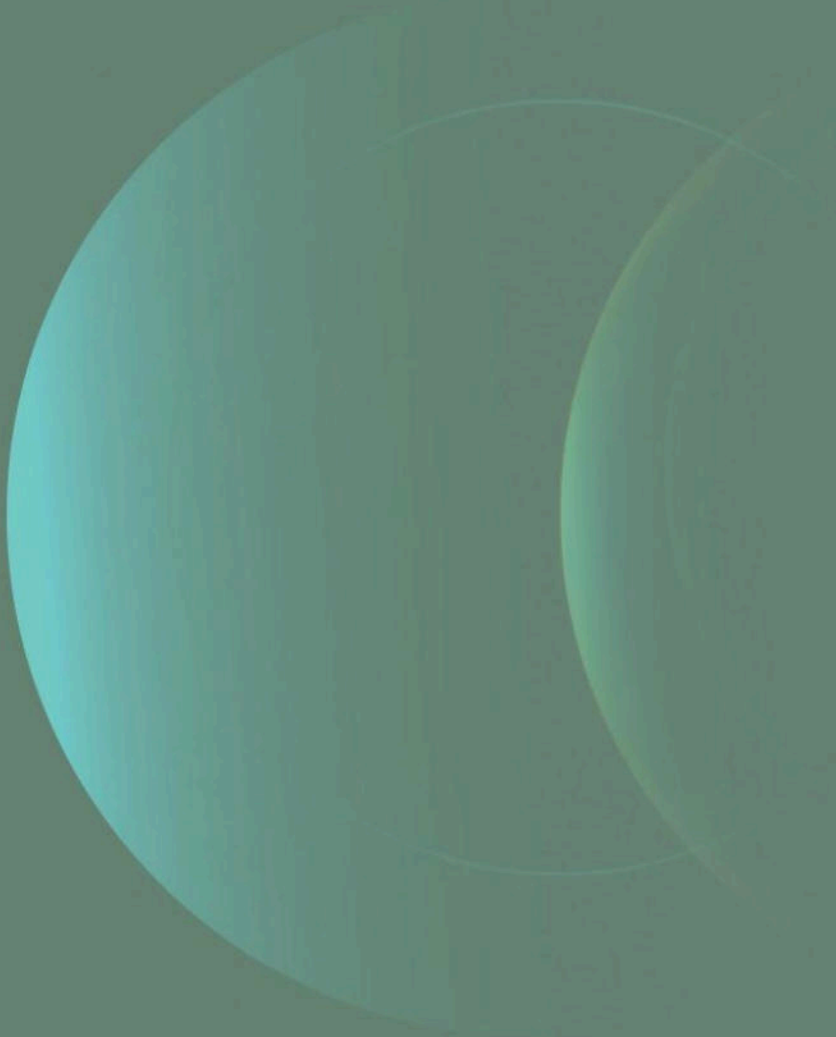
넘버링 001~070은 교재에 수록된 순서이며, 각 문제 머리말의 파워업 번호(488~561)와 1:1로 대응됩니다.
난이도는 ★ 3~5개로 표시했습니다. ★★★ 7문항, ★★★★ 34문항, ★★★★★ 29문항입니다.
수능특강은 Level 2·Level 3와 대표기출문제 위주로, 수능완성은 본문 문항·필수유형·실전모의고사에서 선별했습니다.

한 문항을 풀 때마다 오른쪽 학습이해도 칸에 표시해 두세요.
중하·하로 표시된 문항은 반드시 손글씨 해설로 부분 점수 포인트까지 확인한 뒤 다시 풀어보아야 합니다.
표에서 제외된 수능특강·수능완성 원본 문항은 학생 스스로 풀어 빈틈을 채우시기 바랍니다.

교재/단원	구분	넘버링	제목	난이도	학습이해도				
					최상	상	중	중하	하
수능특강 1.수열의 극한 (4)	Level 2	001	기본연습 4	★★★★★					
	Level 3	002	실력완성 1	★★★★★					
	Level 3	003	실력완성 2	★★★★★					
	Level 3	004	실력완성 3	★★★★★					
수능특강 2.급수 (4)	Level 2	005	기본연습 2	★★★★					
	Level 3	006	실력완성 1	★★★★★					
	Level 3	007	실력완성 2	★★★★					
	Level 3	008	실력완성 3	★★★★★					
수능특강 3.여러가지 함수의 미분 (4)	Level 2	009	기본연습 3	★★★★					
	Level 3	010	실력완성 1	★★★★★					
	Level 3	011	실력완성 2	★★★★★					
	Level 3	012	실력완성 3	★★★★★					
수능특강 4.여러가지 미분법 (4)	Level 2	013	기본연습 3	★★★					
	Level 3	014	실력완성 1	★★★★★					
	Level 3	015	실력완성 2	★★★★★					
	Level 3	016	실력완성 3	★★★★★					
수능특강 5.도함수의 활용 (5)	Level 2	017	기본연습 2	★★★★					
	Level 2	018	기본연습 4	★★★★					
	Level 3	019	실력완성 1	★★★★★					
	Level 3	020	실력완성 2	★★★★★					
	Level 3	021	실력완성 3	★★★★★					
수능특강 6.여러가지 적분법 (5)	Level 2	022	기본연습 2	★★★★					
	Level 2	023	기본연습 4	★★★★					
	Level 3	024	실력완성 1	★★★★★					
	Level 3	025	실력완성 2	★★★★★					
	Level 3	026	실력완성 3	★★★★★					
수능특강 7.정적분의 활용 (5)	Level 2	027	기본연습 1	★★★★					
	Level 2	028	기본연습 6	★★★★					
	Level 3	029	실력완성 1	★★★★★					
	Level 3	030	실력완성 2	★★★★★					
	대표기출문제	031	대표기출문제	★★★★★					

교재/단원	구분	넘버링	제목	난이도	학습이해도				
					최상	상	중	중하	하
수능완성 7.수열의 극한 (4)	본문 문항	032	9번	★★★					
	본문 문항	033	18번	★★★★					
	본문 문항	034	21번	★★★					
	본문 문항	035	22번	★★★★					
수능완성 8.미분법 (10)	본문 문항	036	12번	★★★★					
	본문 문항	037	21번	★★★★					
	본문 문항	038	24번	★★★★					
	본문 문항	039	27번	★★★★★					
	필수유형	040	필수유형 10	★★★★					
	본문 문항	041	29번	★★★★					
	본문 문항	042	30번	★★★★					
	필수유형	043	필수유형 11	★★★					
	본문 문항	044	31번	★★★					
	본문 문항	045	33번	★★★★					
수능완성 9.적분법 (10)	본문 문항	046	3번	★★★★					
	본문 문항	047	6번	★★★★					
	본문 문항	048	9번	★★★★					
	본문 문항	049	11번	★★★					
	본문 문항	050	12번	★★★★					
	본문 문항	051	15번	★★★					
	본문 문항	052	18번	★★★★					
	본문 문항	053	21번	★★★★					
	본문 문항	054	25번	★★★★					
	본문 문항	055	26번	★★★★					
수능완성 실전모의고사 (15)	실전모의고사	056	1회 28번	★★★★					
	실전모의고사	057	1회 29번	★★★★					
	실전모의고사	058	1회 30번	★★★★★					
	실전모의고사	059	2회 28번	★★★★★					
	실전모의고사	060	2회 29번	★★★★					
	실전모의고사	061	2회 30번	★★★★★					
	실전모의고사	062	3회 28번	★★★★					
	실전모의고사	063	3회 29번	★★★★★					
	실전모의고사	064	3회 30번	★★★★					
	실전모의고사	065	4회 28번	★★★★					
	실전모의고사	066	4회 29번	★★★★					
	실전모의고사	067	4회 30번	★★★★					
	실전모의고사	068	5회 28번	★★★★★					
	실전모의고사	069	5회 29번	★★★★★					
	실전모의고사	070	5회 30번	★★★★★					

MEMO



STUGYM MATH

난이도 ★★★★★

1. **27학년도 수능특강 미적분**
1.수열의 극한 Level2 4번
파워업 488

함수 $f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^{2n+1}-3x}{x^{2n}+1}$에 대하여 $f(a)+(f\circ f)(a)=4$를 만족시키는 모든 실수 a의 값의 합을 구하는 과정을 서술하시오.

난이도 ★★★★★

2. **27학년도 수능특강 미적분**
1.수열의 극한 Level3 1번
파워업 489

두 양의 상수 p, q와 자연수 n에 대하여 함수 $f(x)=2x^3+3pnx^2-6qnx$라 하자. 곡선 $y=f(x)$가 x축과 만나는 양의 실수인 점의 x좌표를 a_n이라 하고, 함수 $f(x)$가 $x=b_n$에서 극솟값을 갖는다고 하자. $\lim_{n\to\infty}a_n=8$이고 $\lim_{n\to\infty}\frac{f(b_n)}{n}=-48$일 때, $\lim_{n\to\infty}b_n$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

난이도 ★★★★★

3. 27학년도 수능특강 미적분
1.수열의 극한 Level3 2번
파워업 490

자연수 n에 대하여 곡선 $y=x^2-6nx+9n^2$ 위의 점 $(n,\ 4n^2)$에서의 접선을 l이라 하자. 직선 l이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 선분 $AC=BC$가 되도록 x축 위의 점 C를 잡는다. 점 C의 x좌표를 a_n, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{R_n}{n^3}$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

난이도 ★★★★★

4. 27학년도 수능특강 미적분
1.수열의 극한 Level3 3번
파워업 491

함수 $f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{(x-1)^{2n+1}+(2x+1)^{n+1}}{(x-1)^{2n}+(2x+1)^n}$에 대하여 $f(x)=6$을 만족시키는 모든 실수 x의 값의 합을 구하는 과정을 서술하시오.

난이도 ★★★★

5. 27학년도 수능특강 미적분
2.급수 Level2 2번
파워업 492

수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> 모든 자연수 n에 대하여
> $a_{2n+1}=\frac{1}{4}a_{2n-1}$, $a_{2n}=\sum_{k=1}^{2n-1}a_k$이다.

$\sum_{n=1}^{\infty}a_{2n-1}=12$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty}(a_{2n+2}-2a_{2n})$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

난이도 ★★★★★

6. 27학년도 수능특강 미적분
2.급수 Level3 1번
파워업 493

모든 항이 0이 아닌 정수이고 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$이 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_na_{n+1}}=-\frac{1}{30}$, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{|a_n||a_{n+1}|}=\frac{29}{30}$를 만족시킬 때, a_{10}의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

난이도 ★★★★★

1. **27학년도 수능특강 미적분 1.수열의 극한 Level2 4번**
파워업 488

함수 $f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^{2n+1}-3x}{x^{2n}+1}$에 대하여 $f(a)+(f\circ f)(a)=4$를 만족시키는 모든 실수 a의 값의 합을 구하는 과정을 서술하시오.

정답

주어진 함수 $f(x)$는 공비가 x^2인 등비수열의 극한을 포함하고 있으므로, x의 절댓값을 기준으로 범위를 나누어 극한값을 구해야 한다.

i) 절댓값 x가 1보다 클 때, x^{2n}은 무한대로 발산하므로 분모와 분자를 x^{2n}으로 나누어 극한을 구하면 $f(x)=x$가 된다.

ii) 절댓값 x가 1보다 작을 때, n이 한없이 커지면 x^{2n}은 0에 수렴하므로 이 극한값을 식에 대입하면 $f(x)=-3x$가 된다.

iii) x가 1일 때, 주어진 식의 x자리에 1을 대입하면 분모는 2, 분자는 -2가 되므로 $f(1)=-1$이다.

iv) x가 -1일 때, x^{2n}은 1이 되고 x^{2n+1}은 -1이 되므로 식에 대입하여 계산하면 $f(-1)=1$이다.

따라서 $f(x)=\begin{cases}x & (|x|>1)\\ -3x & (|x|<1)\\ -1 & (x=1)\\ 1 & (x=-1)\end{cases}$

i) 절댓값 a가 1보다 클 때, $f(a)=a$이다. 이때 a의 절댓값이 1보다 크므로 $f(a)$의 절댓값 역시 1보다 크다.
따라서 $f(f(a))$는 $f(a)$가 되어 a와 같다. $a+a=4$, $a=2$이다. ii) 절댓값 a가 1보다 작을 때, $f(a)=-3a$이다. 여기서 합성함수 $f(f(a))$, 즉 $f(-3a)$를 구하기 위해서는 속함수의 결과값인 $-3a$의 절댓값이 1보다 큰지 작은지를 다시 확인해야 한다.

① 만약 $-3a$의 절댓값이 1보다 작다면 (즉, a가 $-\frac{1}{3}$과 $\frac{1}{3}$ 사이의 값이라면), $f(-3a)$는 $-3(-3a)$가 되어 $9a$가 된다. 이때 방정식은 $-3a+9a=4$가 되어 $a=\frac{2}{3}$를 얻지만, 이는 가정했던 범위에 속하지 않으므로 해가 될 수 없다.

② 반대로 $-3a$의 절댓값이 1보다 크다면 (즉, a가 -1과 $-\frac{1}{3}$사이이거나 $\frac{1}{3}$과 1사이의 값이라면), $f(-3a)$는 그대로 $-3a$가 된다. 이때 방정식은 $-3a+(-3a)=4$, $a=-\frac{2}{3}$

추가로 a가 $\frac{1}{3}$이거나 $-\frac{1}{3}$인 경우를 직접 대입해 보면 방정식의 합이 4가 나오지 않아 해가 될 수 없음을 알 수 있다.

iii) a가 1일 때, $f(1)=-1$이고 $f(-1)=1$이므로 두 값의 합은 0이 되어 4를 만족시키지 않는다.

iv) a가 -1일 때, $f(-1)=1$이고 $f(1)=-1$이므로 두 값의 합 역시 0이 되어 성립하지 않는다. 모든 경우를 종합해 볼 때 주어진 방정식을 만족시키는 실수 a는 2와 $-\frac{2}{3}$뿐이며, 이들의 합을 구하면 $\frac{4}{3}$가 된다.

난이도 ★★★★★

2. 27학년도 수능특강 미적분 1.수열의 극한 Level3 1번
파워업 489

두 양의 상수 p, q와 자연수 n에 대하여 함수 $f(x)=2x^3+3pnx^2-6qnx$라 하자. 곡선 $y=f(x)$가 x축과 만나는 양의 실수인 점의 x좌표를 a_n이라 하고, 함수 $f(x)$가 $x=b_n$에서 극솟값을 갖는다고 하자. $\lim_{n\to\infty}a_n=8$이고 $\lim_{n\to\infty}\frac{f(b_n)}{n}=-48$일 때, $\lim_{n\to\infty}b_n$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

정답

$f(x)=0$에서 $x(2x^2+3pnx-6qn)=0$이다. $a_n>0$이므로 a_n은 이차방정식 $2x^2+3pnx-6qn=0$의 양의 근이다. 근의 공식에 의하여 $a_n=\frac{-3pn+\sqrt{9p^2n^2+48qn}}{4}$이다.

$$\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}\frac{-3pn+\sqrt{9p^2n^2+48qn}}{4}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{9p^2n^2+48qn-9p^2n^2}{4(\sqrt{9p^2n^2+48qn}+3pn)}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{48qn}{4n\left(\sqrt{9p^2+\frac{48q}{n}}+3p\right)}$$
$$=\frac{48q}{4(3p+3p)}=\frac{48q}{24p}=\frac{2q}{p}$$이다.

함수 $f(x)$가 $x=b_n$에서 극소이므로 $f'(b_n)=0$이다.

$f'(x)=6x^2+6pnx-6qn=0$에서 $x^2+pnx-qn=0$이다.

$f'(x)$의 최고차항이 양수이므로 오른쪽에서 극소이다.

따라서 이차방정식의 더 큰 근(양의 근)이 b_n이 된다.

$b_n=\frac{-pn+\sqrt{p^2n^2+4qn}}{2}$이다.

$$\lim_{n\to\infty}b_n=\lim_{n\to\infty}\frac{-pn+\sqrt{p^2n^2+4qn}}{2}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{p^2n^2+4qn-p^2n^2}{2(\sqrt{p^2n^2+4qn}+pn)}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{4qn}{2n\left(\sqrt{p^2+\frac{4q}{n}}+p\right)}=\frac{4q}{2(p+p)}=\frac{4q}{4p}=\frac{q}{p}$$이다.

b_n은 $f'(x)=0$의 근이므로 $b_n^2+pnb_n-qn=0$,

$3b_n^3+3pnb_n^2-3qnb_n=0$, $3pnb_n^2=3qnb_n-3b_n^3$

이를 극솟값 $f(b_n)=2b_n^3+3pnb_n^2-6qnb_n$에 대입하면

$f(b_n)=2b_n^3+(3qnb_n-3b_n^3)-6qnb_n=-b_n^3-3qnb_n$

조건에 의해

$\lim_{n\to\infty}\frac{f(b_n)}{n}=\lim_{n\to\infty}\frac{-b_n^3-3qnb_n}{n}=\lim_{n\to\infty}\left(-\frac{b_n^3}{n}-3qb_n\right)=-48$이다.

$\lim_{n\to\infty}b_n=\frac{q}{p}$(상수) 이므로 $n\to\infty$일 때 $\frac{b_n^3}{n}\to0$이다.

따라서 $\lim_{n\to\infty}\left(-\frac{b_n^3}{n}-3qb_n\right)=0-3q\left(\frac{q}{p}\right)=-\frac{3q^2}{p}=-48$이다.

조건에서 $\lim_{n\to\infty}a_n=\frac{2q}{p}=8$이므로 $q=4p$이다.

이를 $-\frac{3q^2}{p}=-48$에 대입하면 $\frac{-3(16p^2)}{p}=-48p=-48$이므로 $p=1$이고, $q=4$이다.

따라서 구하고자 하는 값은 $\lim_{n\to\infty}b_n=\frac{q}{p}=\frac{4}{1}=4$이다.

난이도 ★★★★★

3. 27학년도 수능특강 미적분 1.수열의 극한 Level3 2번
파워업 490

자연수 n에 대하여 곡선 $y=x^2-6nx+9n^2$ 위의 점 $(n,\ 4n^2)$에서의 접선을 l이라 하자. 직선 l이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 선분 $AC=BC$가 되도록 x축 위의 점 C를 잡는다. 점 C의 x좌표를 a_n, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{R_n}{n^3}$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

정답

$f(x)=x^2-6nx+9n^2$이라 하면 $f'(x)=2x-6n$

곡선 위의 점 $(n,\ 4n^2)$에서의 접선의 기울기는

$f'(n)=2(n)-6n=-4n$

접선 l의 방정식은 $y-4n^2=-4n(x-n)$ 즉, $y=-4nx+8n^2$

$y=0$일 때 $x=2n$이므로 점 A의 좌표는 $(2n,\ 0)$이다. $x=0$일 때 $y=8n^2$이므로 점 B의 좌표는 $(0,\ 8n^2)$이다. 점 C의 좌표가 $(a_n,\ 0)$이고 $\overline{AC}=\overline{BC}$이므로 $\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$이 성립한다.

$(2n-a_n)^2=(0-a_n)^2+(8n^2-0)^2$,

$4n^2-4na_n+a_n^2=a_n^2+64n^4$

$4na_n=4n^2-64n^4$, $a_n=-16n^3+n$이다.

$\triangle ABC$에서 $\angle BCA=\theta$라 하자. 원점 O에 대하여 직각삼각형 OBC에서 $\sin\theta=\frac{\overline{OB}}{\overline{BC}}$이다.

이때 $\overline{AC}=\overline{BC}$이므로 $\sin\theta=\frac{\overline{OB}}{\overline{AC}}$

$\overline{OB}=8n^2$이고, $\overline{AC}=2n-a_n=2n-(-16n^3+n)=16n^3+n$

이므로 $\sin\theta=\frac{8n^2}{16n^3+n}=\frac{8n}{16n^2+1}$

또한, 직각삼각형 OAB에서 $\overline{AB}$의 길이는

$\overline{AB}=\sqrt{(2n)^2+(8n^2)^2}=\sqrt{4n^2+64n^4}=2n\sqrt{16n^2+1}$이다.

삼각형 ABC의 외접원의 반지름이 R_n이므로 사인법칙에 의하여

$$2R_n=\frac{\overline{AB}}{\sin\theta}=\frac{2n\sqrt{16n^2+1}}{\frac{8n}{16n^2+1}}$$

$$=\frac{2n(16n^2+1)\sqrt{16n^2+1}}{8n}=\frac{1}{4}(16n^2+1)\sqrt{16n^2+1}$$

따라서 $R_n=\frac{1}{8}(16n^2+1)\sqrt{16n^2+1}$이다.

구하고자 하는 극한값은

$$\lim_{n\to\infty}\frac{R_n}{n^3}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{8}(16n^2+1)\sqrt{16n^2+1}}{n^3}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{8}\left(16+\frac{1}{n^2}\right)\sqrt{16+\frac{1}{n^2}}$$

$$=\frac{1}{8}\times16\times\sqrt{16}=\frac{1}{8}\times16\times4=8$$이다.

난이도 ★★★★★

4. 27학년도 수능특강 미적분
1.수열의 극한 Level3 3번
파워업 491

함수 $f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{(x-1)^{2n+1}+(2x+1)^{n+1}}{(x-1)^{2n}+(2x+1)^n}$에 대하여 $f(x)=6$을 만족시키는 모든 실수 x의 값의 합을 구하는 과정을 서술하시오.

정답

극한식에 포함된 두 거듭제곱의 밑의 크기, 즉 $(x-1)^2$과 $|2x+1|$의 대소 관계에 따라 범위를 나누어야 한다.

기준이 되는 $(x-1)^2=2x+1$을 풀면 $x^2-4x=0$이므로 $x=0$ 또는 $x=4$이다. $(x-1)^2=-(2x+1)$인 경우는 $x^2+2=0$이 되어 실수 해가 존재하지 않는다.)

따라서 $x=0$, $x=4$를 기준으로 범위를 나눈다.

(i) $x<0$ 또는 $x>4$일 때

$(x-1)^2>|2x+1|$이므로 극한값은 $(x-1)^{2n}$에 의해 결정된다.

분모, 분자를 $(x-1)^{2n}$으로 나누면

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{(x-1)+(2x+1)\left(\frac{2x+1}{(x-1)^2}\right)^n}{1+\left(\frac{2x+1}{(x-1)^2}\right)^n}=x-1\text{이다.}$$

(ii) $0<x<4$일 때

$(x-1)^2<|2x+1|$이므로 극한값은 $(2x+1)^n$에 의해 결정된다.

분모, 분자를 $(2x+1)^n$으로 나누면

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{(x-1)\left(\frac{(x-1)^2}{2x+1}\right)^n+(2x+1)}{\left(\frac{(x-1)^2}{2x+1}\right)^n+1}=2x+1\text{이다.}$$

(iii) $x=0$일 때

$(x-1)^2=1$, $2x+1=1$이다. 이를 원래 식에 대입하면

$$f(0)=\lim_{n\to\infty}\frac{(-1)^{2n+1}+1^{n+1}}{(-1)^{2n}+1^n}=\frac{-1+1}{1+1}=0$$

(iv) $x=4$일 때 $(x-1)^2=9$, $2x+1=9$이다. 이를 원래 식에 대입하면

$$f(4)=\lim_{n\to\infty}\frac{3^{2n+1}+9^{n+1}}{3^{2n}+9^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{3\cdot 9^n+9\cdot 9^n}{9^n+9^n}$$

$$=\frac{12\cdot 9^n}{2\cdot 9^n}=6\text{이다.}$$

따라서 $f(x)=\begin{cases}x-1 & (x<0 \text{ 또는 } x>4)\\ 2x+1 & (0<x<4)\\ 0 & (x=0)\\ 6 & (x=4)\end{cases}$

방정식 $f(x)=6$을 만족시키는 실수 x를 구하기 위해 구간별로 확인한다.

(i) $x<0$ 또는 $x>4$일 때

$f(x)=x-1=6$에서 $x=7$이다. 이는 $x>4$의 범위에 속하므로 올바른 해이다.

(ii) $0<x<4$일 때

$f(x)=2x+1=6$에서 $x=\frac{5}{2}$이다. 이는 $0<x<4$의 범위에 속하므로 올바른 해이다.

(iii) $x=0$일 때

$f(0)=0\neq 6$이므로 해가 아니다.

(iv) $x=4$일 때

$f(4)=6$이므로 주어진 방정식을 만족시킨다. 즉, $x=4$도 해가 된다.

조건을 만족시키는 모든 실수 x의 값은 7, $\frac{5}{2}$, 4이며, 이들의 합은 $7+\frac{5}{2}+4=\frac{27}{2}$이다.

난이도 ★★★★

5. 27학년도 수능특강 미적분 2.급수 Level2 2번
파워업 492

수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

모든 자연수 n에 대하여
$a_{2n+1}=\frac{1}{4}a_{2n-1}$, $a_{2n}=\sum_{k=1}^{2n-1}a_k$이다.

$\sum_{n=1}^{\infty}a_{2n-1}=12$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty}(a_{2n+2}-2a_{2n})$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

정답

모든 자연수 n에 대하여 $a_{2n+1}=\frac{1}{4}a_{2n-1}$이므로

수열 a_{2n-1}은 공비가 $\frac{1}{4}$인 등비수열이다.

$\sum_{n=1}^{\infty}a_{2n-1}=\frac{a_1}{1-\frac{1}{4}}=\frac{4a_1}{3}$, $\sum_{n=1}^{\infty}a_{2n-1}=12$이므로 $a_1=9$

$a_{2n}=\sum_{k=1}^{2n-1}a_k$에서

$a_{2n+2}=\sum_{k=1}^{2n+1}a_k=\sum_{k=1}^{2n-1}a_k+a_{2n}+a_{2n+1}$

$=a_{2n}+a_{2n}+a_{2n+1}=2a_{2n}+a_{2n+1}$

따라서 $a_{2n+2}-2a_{2n}=a_{2n+1}$이다.

이때 수열 a_{2n+1}은 첫째항이 $a_3=\frac{1}{4}\times a_1=\frac{9}{4}$이고

공비가 $\frac{1}{4}$인 등비수열이므로

$\sum_{n=1}^{\infty}(a_{2n+2}-2a_{2n})=\sum_{n=1}^{\infty}a_{2n+1}=\frac{\frac{9}{4}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{\frac{9}{4}}{\frac{3}{4}}=3$이다.

난이도 ★★★★★

6. 27학년도 수능특강 미적분 2.급수 Level3 1번
파워업 493

모든 항이 0이 아닌 정수이고 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$이 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_na_{n+1}}=-\frac{1}{30}$, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{|a_n||a_{n+1}|}=\frac{29}{30}$를 만족시킬 때, a_{10}의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

정답

등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a, 공차를 d라 하면
$a_n=a+(n-1)d$, $a_{n+1}=a+nd$이다.
부분분수 분해를 이용하여 주어진 첫 번째 급수를 전개하면 다음과 같다.

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_na_{n+1}}=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{d}\left(\frac{1}{a_k}-\frac{1}{a_{k+1}}\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{d}\left(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_{n+1}}\right)$

공차가 양수 $(d>0)$이므로 n이 한없이 커질 때 a_{n+1}은 양의 무한대로 발산하여 $\frac{1}{a_{n+1}}\to 0$이 된다.

따라서 $\frac{1}{d}\times\frac{1}{a}=\frac{1}{ad}=-\frac{1}{30}$이므로 $ad=-30$이다.

공차 d가 양수이고 $ad=-30<0$이므로 첫째항 a는 음수이다.
수열 $\{a_n\}$은 음수에서 시작하여 양수로 커지는 증가수열이며, 문제 조건에서 모든 항이 0이 아니라고 했으므로 음수에서 양수로 부호가 바뀌는 이웃한 두 항 a_m, a_{m+1}이 반드시 존재한다.
즉, 자연수 m에 대하여 $a_m<0$, $a_{m+1}>0$이므로 $a_ma_{m+1}<0$이고, m이 아닌 모든 자연수 k에 대하여 $a_ka_{k+1}>0$이다.

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{|a_n||a_{n+1}|}$

$=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{|a_k||a_{k+1}|}$

$=\lim_{n\to\infty}\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_ka_{k+1}}-\frac{2}{a_ma_{m+1}}\right)$

$=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_na_{n+1}}-\frac{2}{\{a+(m-1)d\}(a+md)}$

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_na_{n+1}}=-\frac{1}{30}$, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{|a_n||a_{n+1}|}=\frac{29}{30}$를 대입하면

$\frac{29}{30}=-\frac{1}{30}-\frac{2}{\{a+(m-1)d\}(a+md)}$

$\{a+(m-1)d\}(a+md)=-2$

이때 $a+(m-1)d$와 $a+md$는 모두 정수이고
$a+(m-1)d<0$,
$a+md>0$이므로
$a+(m-1)d=-1$, $a+md=2$ 또는
$a+(m-1)d=-2$, $a+md=1$
두 경우 모두 두 항의 차이인 공차 $d=3$
$d=3$을 $ad=-30$에 대입하면 $a=-10$
따라서 $a_{10}=-10+(10-1)\times 3=17$

난이도 ★★★★★

1. 27학년도 수능특강 미적분
1.수열의 극한 Level2 4번
파워업 488

함수 $f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^{2n+1}-3x}{x^{2n}+1}$에 대하여 $f(a)+(f\circ f)(a)=4$를 만족시키는 모든 실수 a의 값의 합을 구하는 과정을 서술하시오.

(1) i) $|x|>1$, $\lim_{n\to\infty}x^{2n}=\infty$ $\therefore f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x\cdot x^{2n}-3x}{x^{2n}+1}=x$

ii) $|x|<1$, $\lim_{n\to\infty}x^{2n}=0$ $\therefore f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x\cdot x^{2n}-3x}{x^{2n}+1}=-3x$

iii) $x=1$, $f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x\cdot x^{2n}-3x}{x^{2n}+1}=-1$

iv) $x=-1$, $f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x\cdot x^{2n}-3x}{x^{2n}+1}=1$

$$\therefore f(x)=\begin{cases}x & (|x|>1)\\ -3x & (|x|<1)\\ -1 & (x=1)\\ 1 & (x=-1)\end{cases}$$ 3점

(2) i) $|a|>1$, $f(a)=a$

$|f(a)|>1$, $f(f(a))=f(a)=a$

$\therefore f(a)+f(f(a))=a+a=4$

$\therefore a=2$

ii) $|a|<1$, $f(a)=-3a$

① $|-3a|<1$, $f(-3a)=9a$

$f(a)+f(f(a))=-3a+9a=6a=4$

$a=\frac{2}{3}$ 이므로 모순이다.

② $|-3a|>1$, $f(-3a)=-3a$

$f(a)+f(f(a))=-3a-3a=-6a=4$

$\therefore a=-\frac{2}{3}$

③ $a=\frac{1}{3}$, $f(a)=-1$, $f(f(a))=1$

$f(a)+f(f(a))=-1+1=0\neq 4$

이므로 모순이다.

④ $a=-\frac{1}{3}$, $f(a)=1$, $f(f(a))=-1$

$f(a)+f(f(a))=1-1=0\neq 4$

이므로 모순이다.

iii) $a=1$, $f(a)=-1$, $f(f(a))=1$

$f(a)+f(f(a))=-1+1=0\neq 4$

이므로 모순이다.

iv) $a=-1$, $f(a)=1$, $f(f(a))=-1$

$f(a)+f(f(a))=1-1=0\neq 4$

이므로 모순이다.

$\therefore 2+\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{3}$ 7점

난이도 ★★★★★

2. 27학년도 수능특강 미적분
1.수열의 극한 Level3 1번
파워업 489

두 양의 상수 p, q와 자연수 n에 대하여 함수 $f(x)=2x^3+3pnx^2-6qnx$라 하자. 곡선 $y=f(x)$가 x축과 만나는 양의 실수인 점의 x좌표를 a_n이라 하고, 함수 $f(x)$가 $x=b_n$에서 극솟값을 갖는다고 하자. $\lim_{n\to\infty}a_n=8$이고 $\lim_{n\to\infty}\frac{f(b_n)}{n}=-48$일 때, $\lim_{n\to\infty}b_n$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

(1) $f(x)=x(2x^2+3pnx-6qn)=0$

$a_n=\frac{-3pnx+\sqrt{9p^2n^2+48qn}}{4}$

$\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}\frac{-3pn+\sqrt{9p^2n^2+48qn}}{4}=\lim_{n\to\infty}\frac{9p^2n^2+48qn-9p^2n^2}{4(\sqrt{9p^2n^2+48qn}+3pn)}$

$=\lim_{n\to\infty}\frac{48qn}{4n\left(\sqrt{9p^2+\frac{48q}{n}}+3p\right)}=\frac{48q}{4(3p+3p)}=\frac{2q}{p}$

$f'(x)=6x^2+6pnx-6qn=0$, $x^2+pnx-qn=0$

$b_n=\frac{-pn+\sqrt{p^2n^2+4qn}}{2}$

$\lim_{n\to\infty}b_n=\lim_{n\to\infty}\frac{-pn+\sqrt{p^2n^2+4qn}}{2}=\lim_{n\to\infty}\frac{p^2n^2+4qn-p^2n^2}{2(\sqrt{p^2n^2+4qn}+pn)}$

$=\lim_{n\to\infty}\frac{4qn}{2n\left(\sqrt{p^2+\frac{4q}{n}}+p\right)}=\frac{4q}{2(p+p)}=\frac{q}{p}$ 5점

(2) $b_n^2+pnb_n-qn=0$, $3b_n^3+3pnb_n^2-3qnb_n=0$

$3pnb_n^2=3qnb_n-3b_n^3$

$f(b_n)=2b_n^3+3pnb_n^2-6qnb_n$

$=2b_n^3+(3qnb_n-3b_n^3)-6qnb_n$

$=-b_n^3-3qnb_n$

$\lim_{n\to\infty}\frac{f(b_n)}{n}=\lim_{n\to\infty}\frac{-b_n^3-3qnb_n}{n}=\lim_{n\to\infty}\left(-\frac{b_n^3}{n}-3qnb_n\right)$

$=0-3q\times\frac{q}{p}=-\frac{3q^2}{p}=-48$

$\lim_{n\to\infty}a_n=\frac{2q}{p}=8$, $q=4p$ $\therefore p=1$, $q=4$

$\therefore \lim_{n\to\infty}b_n=4$

5점

EXAM PRACTICE 문제

난이도 ★★★★★

3. 27학년도 수능특강 미적분 1.수열의 극한 Level3 2번
파워업 490

자연수 n에 대하여 곡선 $y=x^2-6nx+9n^2$ 위의 점 $(n,\ 4n^2)$에서의 접선을 l이라 하자. 직선 l이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 선분 $AC=BC$가 되도록 x축 위의 점 C를 잡는다. 점 C의 x좌표를 a_n, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{R_n}{n^3}$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

(1) $f(x)=x^2-6nx+9n^2$, $f'(x)=2x-6n$

l : $y-4n^2=(2n-6n)(x-n)$

$\therefore$ l : $y=-4nx+8n^2$

$A(2n,\ 0)$, $B(0,\ 8n^2)$, $C(a_n,\ 0)$

$\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$,

$(2n-a_n)^2=(0-a_n)^2+(8n^2-0)^2$

$4n^2-4na_n+a_n^2=a_n^2+64n^4$

$\therefore$ $a_n=-16n^3+n$ 4점

(2) $\angle BCA=\theta$, $\sin\theta=\frac{\overline{OB}}{\overline{BC}}=\frac{\overline{OB}}{\overline{AC}}=\frac{8n}{16n^2+1}$

$\overline{AB}=\sqrt{(2n^2)^2+(8n^2)^2}=2n\sqrt{16n^2+1}$

$2R_n=\frac{\overline{AB}}{\sin\theta}=\frac{2n\sqrt{16n^2+1}}{\frac{8n}{16n^2+1}}=\frac{1}{4}(16n^2+1)$

$\therefore$ $R_n=\frac{1}{8}(16n^2+1)\sqrt{16n^2+1}$

$\therefore$ $\lim_{n\to\infty}\frac{R_n}{n^3}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{8}(16n^2+1)\sqrt{16n^2+1}}{n^3}$

$=\frac{1}{8}\lim_{n\to\infty}\left(16+\frac{1}{n^2}\right)\sqrt{16+\frac{1}{n^2}}$

$=\frac{1}{8}\times16\times\sqrt{16}=8$ 6점

난이도 ★★★★★

4. 27학년도 수능특강 미적분 1.수열의 극한 Level3 3번
파워업 491

함수 $f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{(x-1)^{2n+1}+(2x+1)^{n+1}}{(x-1)^{2n}+(2x+1)^n}$에 대하여 $f(x)=6$을 만족시키는 모든 실수 x의 값의 합을 구하는 과정을 서술하시오.

(1) $(x-1)^2=2x+1$, $x^2-4x=0$

$x=0$ or $x=4$

$(x-1)^2=-(2x+1)$, $x^2+2=0$

i) $x<0$ or $x>4$

$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{(x-1)+(2x+1)\left(\frac{2x+1}{(x-1)^2}\right)^n}{1+\left(\frac{2x+1}{(x-1)^2}\right)^n}=x-1$

ii) $0<x<4$

$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{(x-1)\left(\frac{(x-1)^2}{2x+1}\right)^n+(2x+1)}{\left(\frac{(x-1)^2}{2x+1}\right)^n+1}=2x+1$

iii) $x=0$

$f(0)=\lim_{n\to\infty}\frac{(-1)^{2n+1}+1^{n+1}}{(-1)^{2n}+1}=0$

iv) $x=4$

$f(4)=\lim_{n\to\infty}\frac{3^{2n+1}+9^{n+1}}{3^{2n}+9^n}=6$

$\therefore$ $f(x)=\begin{cases}x-1 & (x<0 \text{ or } x>4)\\ 2x+1 & (0<x<4)\\ 0 & (x=0)\\ 6 & (x=4)\end{cases}$ 5점

(2) i) $x<0$ or $x>4$

$f(x)=x-1=6$, $x=7$

ii) $0<x<4$

$f(x)=2x+1=6$, $x=\frac{5}{2}$

iii) $x=0$

$f(0)=0\neq6$

iv) $x=4$

$f(4)=6$

난이도 ★★★★

5. 27학년도 수능특강 미적분 2.급수 Level2 2번
파워업 492

수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> 모든 자연수 n에 대하여
> $a_{2n+1}=\frac{1}{4}a_{2n-1}$, $a_{2n}=\sum_{k=1}^{2n-1}a_k$이다.

$\sum_{n=1}^{\infty}a_{2n-1}=12$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty}(a_{2n+2}-2a_{2n})$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

(1) $\sum_{n=1}^{\infty}a_{2n-1}=\frac{a_1}{1-\frac{1}{4}}=\frac{4}{3}a_1=12$

$\therefore a_1=9$ 3점

(2) $a_{2n+2}=\sum_{k=1}^{2n+1}a_k=\sum_{k=1}^{2n+1}a_k+a_{2n}+a_{2n+1}$

$=a_{2n}+a_{2n}+a_{2n+1}=2a_{2n}+a_{2n+1}$

$\therefore a_{2n+2}-2a_{2n}=a_{2n+1}$

$a_3=\frac{1}{4}a_1=\frac{9}{4}$

$\therefore \sum_{n=1}^{\infty}(a_{2n+2}-2a_{2n})=\sum_{n=1}^{\infty}a_{2n+1}$

$=\frac{\frac{9}{4}}{1-\frac{1}{4}}=3$ 7점

난이도 ★★★★★

6. 27학년도 수능특강 미적분 2.급수 Level3 1번
파워업 493

모든 항이 0이 아닌 정수이고 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$이 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_na_{n+1}}=-\frac{1}{30}$, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{|a_n||a_{n+1}|}=\frac{29}{30}$를 만족시킬 때, a_{10}의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

(1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_na_{n+1}}=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{d}\left(\frac{1}{a_k}-\frac{1}{a_{k+1}}\right)$

$=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{d}\left(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_{n+1}}\right)$

$=\frac{1}{d}\times\frac{1}{a_1}=-\frac{1}{30}$

$\therefore ad=-30$ 3점

(2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{|a_n||a_{n+1}|}=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{|a_k||a_{k+1}|}$

$=\lim_{n\to\infty}\left(\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{a_ka_{k+1}}-\frac{2}{a_ma_{m+1}}\right)$

$=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_na_{n+1}}-\frac{2}{\{a+(m-1)d\}(a+md)}$

$\frac{29}{30}=-\frac{1}{30}-\frac{2}{\{a+(m-1)d\}(a+md)}$

$\{a+(m-1)d\}(a+md)=-2$

$a+(m-1)d=-1$, $a+md=2$

or $a+(m-1)d=-2$, $a+md=1$

$\therefore d=3$, $a=-10$

$\therefore a_{10}=-10+9\times3=17$

7점