2027

가천대 약술형 논술 수학 단원·주제별 기출 분석과
EBS 연계 원리 해부,
학교별 배점 손글씨 해설

기출해부 SPECIAL

SPECIAL EXAM ANALYSIS

약술형논술 5개년 기출해부

가천대학교

수학II
(2022~2026)

스터짐 교재연구팀 지음

Spartan PE System
STUGYM

STUGYM BOOKS **ROADMAP**

스터짐북스 로드맵

약술논술 합격, 꾸준한 훈련이 정답이다! **기초부터 실전까지** 끊임 없는 한 줄 흐름

STEP 1 BASIC 기본

기초 구조화 · 약술 기초 완성
처음 시작하는 학생에게 가장 중요한 필수 입문 과정

1. 국어는 핵심어와 문장 구조를, 수학은 풀이 단계를 쓰는 법을 익힙니다.
2. 약술형 논술의 문항·답안 형식에 처음부터 익숙해집니다.
3. POWERUP을 시작하기 전에 필요한 최소한의 답안 기초를 만듭니다

2권



STEP 2 기출분석집 출제원리분석

대학별 출제원리, EBS 연계 분석,
채점 기준까지 한 권으로 정리

목표대학의 출제 방식을
먼저 읽고 들어가는 단계

기출분석집 SPECIAL · 대학별 수학 기출해부 16종

총 16권





16개 대학 기출분석집

STEP 3 POWER UP 개념완성

수특·수완을 약술형 답안으로 바꾸는 메인 훈련
EBS 핵심 개념 정리 > 변형문제 적용 > 답안 작성 훈련

국어 구성: 독서 1~2권, 문학 1~2권, 수특·수완 총 3종 5권 분량
수학 구성: 수학 I , 수학 II , 수특·수완 총 3종 3권 분량

국어 5권
수학 3권



STEP 4 BOOSTER 심화

목표대학 출제 경향을 반영한 학교별 집중 훈련
대학별 빈출 유형과 예상문제를 목표대학 방식으로 훈련

학교별 세트 출간



학교별 국어·수학 SET

서울 – 국민대, 동덕여대, 삼육대, 상명대, 서경대
경기 – 가천대, 강남대, 수원대, 신한대, 을지대, 한국공학대, 한국외대 글로벌캠퍼스, 한신대
충청·세종 – 고려대 세종캠퍼스, 한국기술교육대, 홍익대 세종캠퍼스

학교별 기출 경향을 반영한 고난도 변형 훈련

STEP 4 ARENA 파이널

실제 시험처럼 치르는 파이널 모의고사
시간·문항 배열·답안지까지 실전과 동일하게 훈련

10개 세트 16개 대학 대비 실전 모의고사 구성

10개 SET 출간



완주를 돕는 3가지 지원

교재만으로 막히거나 혼자 반복하기 어려울 때 사용합니다.

스터짐N
EBS 진도를 한눈에 관리
수특·수완 문항 검색 › 학습 상태·회독 체크 › 교재별 진도 확인까지

인강
막히는 문제를 바로 이해
국어·수학 해설과 손글씨 풀이로 개념과 답안 흐름 보완

트래커
오늘의 미션부터 다시 풀 문제까지
미션 확인 > 풀이 제출 > 튜터 평가 > 재학습

올인원 패키지
혼자 하기 어렵다면 한번에
교재 + 인강 + 질문 + 첨삭 + 트래커를 하나의 루틴으로 관리

스터짐 홈페이지 바로가기 QR스캔

홈페이지 : www.stugym.net

SPECIAL
EXAM ANALYSIS

STUGYM N REVIEW EVENT

후기 남기고, 추가 교재 1권 받기

스터짐 N에 교재후기 · 수강후기 · 사용후기 중 하나를 남겨 주세요.

01 합격을 앞당길 추가 교재 1권 택1

① 가천대 4개년 수학 기출 완벽 분석(수학I)
② 가천대 4개년 수학 기출 완벽 분석(수학II)
③ 약술형 국어 주제별 핵심 분석집

stugymN

QR 찍고 스터짐N 접속 후기 작성 · 추가 혜택 받기

01은 후기 작성 혜택이며,
02 · 03은 스터짐N 접속 후 추가로 받을 수 있습니다.

스터짐 N에 접속하면 추가 혜택까지!

02 2026 가천대 기출분석집 PDF

스터짐N에서 무료로 받기

03 스터짐 홈페이지 5,000P

교재 · 인강 · 올인원 패키지 결제에 사용

WHY STUGYM N?

약술형 논술은 출제 교재가 정해진 시험입니다.

따라서 회독 횟수와 이해도가 합격을 결정합니다.

스터짐N은 교재에 실린 국어 제시문과 수학 문항의 중요도 · 출제 가능성을 확인하고,
회독 횟수와 이해도를 스스로 점검 · 기록하는 학습 관리 프로그램입니다.

국어
중요 제시문 확인
회독 횟수 · 이해도 기록

수학
중요 문항 확인
회독 횟수 · 이해도 기록

stugymN

QR 찍고 스터짐N 접속

지금 QR 찍고
회독 · 이해도 기록 시작
KN · MN 번호로 모든 제시문과 문항의
회독 · 이해도 기록을 한눈에 관리합니다.
중요한 문항을 완전히 이해할 때까지 반복하세요.

01 중요도 확인 → 02 반복 학습 → 03 이해도 점검 → 04 데이터 누적

Spartan PE System STUGYM

STUGYM BOOKS GUIDE

스터짐북스 사용가이드

기초를 세우는 2단계

BASIC&기출분석집

STEP 1 기본

BASIC

처음 시작하는 학생에게 가장 중요한 필수 입문 과정

기초 구조화 · 약술 기본 완성

1. **필수 개념 확인**
   약술형 논술과 수학 답안의 가장 기본 구조를 익힙니다.
2. **핵심 문제 적용**
   자주 나오는 유형에 바로 적용합니다.
3. **답안 완성**
   직접 써보며 약술형 답안 형식을 완성합니다.

수학 2권 / 국어 1권



수학·국어 SET

완료 기준 첫 문장 · 첫 식이 바로 떠오르면 **이럴 때 시작** 처음 시작하거나 답안 작성법이 낯설 때

STEP 2 분석집 기출분석집 SPECIAL · 대학별 수학 기출해부 16종

기출분석집

대학별 출제원리, EBS 연계 분석, 채점 기준까지 한 권으로 정리

출제 원리 파악

1. **출제원리 확인**
   대학별 문제 구조와 포인트를 파악합니다.
2. **연계 분석**
   EBS와 학교 기출의 연결 지점을 읽습니다.
3. **답안 훈련**
   실제 기출을 약술형 답안 흐름으로 익힙니다.

총 16개 대학 기출분석집

수학 국어 통합본



총 16권

완료 기준 대학별 답안 구조가 먼저 떠오르면 **이럴 때 시작** 목표 대학을 정했거나 학교별 차이를 먼저 파악하고 싶을 때

전화번호 : 031-1551-5476 홈페이지 : www.stugym.net 이메일 : stugymmath@gmail.com

스터짐 홈페이지 바로가기 QR스캔

BASIC — 기출분석집 — POWER UP — BOOSTER — ARENA

STUGYM N 인강 TRACKER ALL IN ONE

상시지원 프로그램

POWER UP&BOOSTER

STEP 3 개념완성

POWER UP

EBS 변형 훈련

EBS 수특 · 수완 완전 변형 훈련,
학교 기출 연계 대비를 위한 핵심 실전 훈련

1. **EBS 핵심 개념 정리**
   자주 쓰이는 개념과 표현을 정리합니다.
2. **변형 문제 훈련**
   조건이 바뀐 문항에 적용합니다.
3. **답안 구조 완성**
   실전 답안 흐름으로 정리합니다.

국어 5권



수학 3권



국어 구성: 독서 1-2, 문학 1-2, 수특·수완 (총 3종 5권 분량)

수학 구성: 수학 Ⅰ , 수학 Ⅱ ,수특·수완 (총 3종 3권 분량)

완료 기준 EBS가 변형돼도 풀이의 뼈대가 유지되면 **이럴 때 시작** EBS 학습은 했지만 실전 적용이 약할 때

STEP 4 심화

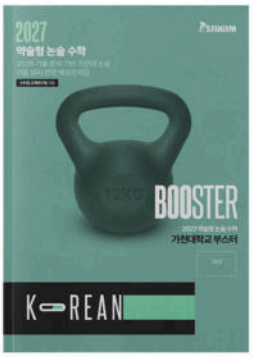
BOOSTER

학교별 기출 경향을 반영한
고난도 변형 훈련

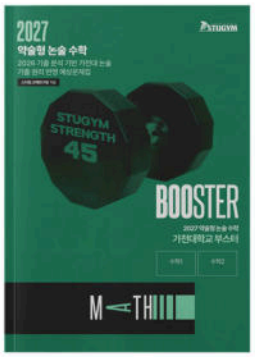
학교별 집중 훈련

1. **대학별 포인트 정리**
   목표 대학의 출제 경향을 압축합니다.
2. **예상문제 훈련**
   기출 원리를 반영한 변형 문제를 풉니다.
3. **실전 강화**
   학교별 스타일에 맞는 답안을 완성합니다.

국어 6권



수학 8권



총 14권

완료 기준 목표대학 방식으로 제한 시간 안에 답안을 완성할 수 있으면 ARENA로 이동 **이럴 때 시작** 학교별 맞춤 훈련이 필요한 시점

파이널 실전 + 상시 학습관리

ARENA

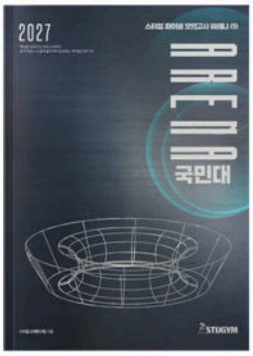
STEP 5 파이널

ARENA 시험 직전 시간 관리와 실전 감각 완성

실전 모의고사형 최종 점검

1. **실제 시간에 맞춰 응시**
   제한 시간 안에서 푸는 감각을 익힙니다.
2. **회차별 채점과 감점 확인**
   실제 시험처럼 풀며 약점을 확인합니다.
3. **오답을 이전 교재로 돌아가 보완**
   감점 요소를 줄이며 답안 완성도를 올립니다.

국어 수학 SET



총 16개 대학 실전모의고사

16개 대학 대비 · 10개 세트

완료 기준 제한 시간 안에 핵심식과 답안을 빠짐없이 완성할 수 있으면 실전 준비 완료 **이럴 때 시작** BOOSTER까지 마친 뒤 실전 점검이 필요할 때

완주를 돕는 4단계

BASIC — 기출분석집 — POWER UP — BOOSTER — ARENA

STUGYM N 인강 TRACKER ALL IN ONE

상시지원 프로그램

상시지원 프로그램 SET

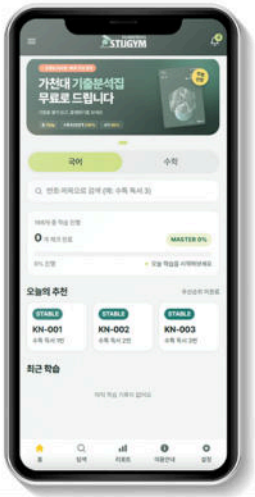
모든 기능을 하나로 연결해 끝까지 완주를 도와드립니다!

HELP 1

STUGYM N EBS 진도를 빠짐없이 기록하는 학습 관리 도구

검색부터 상태 체크 · 회독 · 진도 확인까지

1. **번호로 문항 바로 찾기**
   "수특 독서 3번"처럼 번호·제목으로 검색합니다.
2. **학습 상태와 회독 기록**
   미학습 · 학습중 · 복습 · MASTER로 표시하고 회독을 쌓습니다.
3. **다음에 볼 페이지 확인**
   교재별 진도와 안 푼 구간을 보고 이어서 학습합니다.



완료 기준 목표 교재의 문항이 빠짐없이 채워져 어디를 더 봐야 할지 남지 않은 상태 **이럴 때 시작** 교재를 펼 때마다 "어디까지 했더라"가 반복될 때

HELP 2

인강 국어 · 수학 해설과 손글씨 풀이로 핵심을 빠르게 보완

교재로 막히는 부분을 바로 이해하는 인강



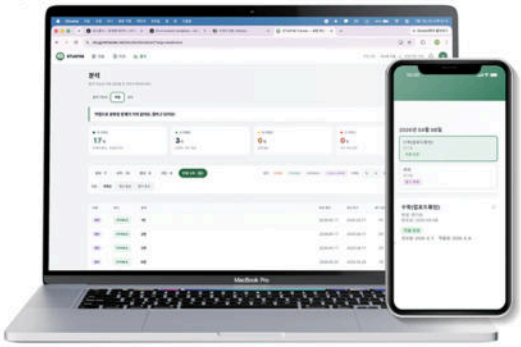
1. **교재를 먼저 풀기**
   필요한 과목과 파트를 바로 선택합니다.
2. **막힌 부분만 해설 확인**
   출제원리와 답안 흐름을 해설로 정리합니다.
3. **화면을 닫고 손으로 다시 풀기**
   다시 볼 수 있게 핵심 과정을 남깁니다.

완료 기준 강의를 보지 않고도 풀이 원리와 답안 흐름을 설명할 수 있는 상태 **이럴 때 시작** 교재만으로 이해가 부족한 순간

HELP 3

TRACKER 학습 습관을 만들고 끝까지 완주하게 돕는 관리 시스템

오늘의 미션부터 제출 · 평가 · 재학습까지



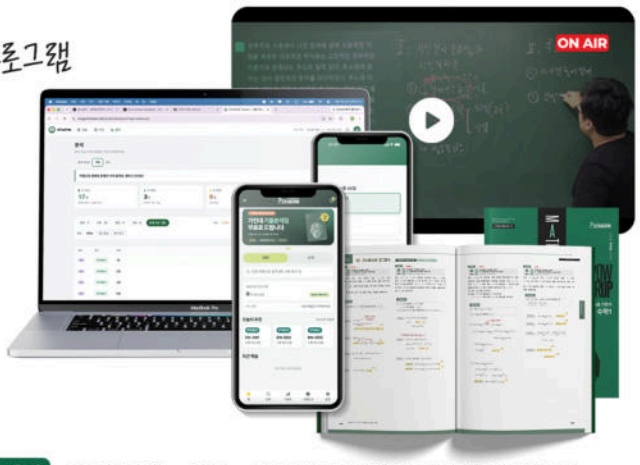
1. **오늘 할 미션 확인**
   당일 미션과 목표를 바로 확인합니다.
2. **실제 풀이 제출**
   학습 내용을 제출하고 피드백을 받습니다.
3. **튜터 평가 후 부족 문제 재학습**
   틀린 문제와 약점을 재학습으로 연결합니다.

완료 기준 틀린 문제와 약점이 다음 미션으로 자동 연결되어 반복 루틴이 끊기지 않는 상태 **이럴 때 시작** 혼자 반복 관리가 어렵거나 끝까지 완주가 힘들 때

HELP 4

올인원 패키지 혼자 하기 어렵다면 모든 과정을 한 루틴으로 연결하는 완전관리 프로그램

교재·인강·질문·첨삭·트래커를 한 번에



1. **현재 상태 진단과 계획**
   현재 상태에 맞는 시작점을 정합니다.
2. **교재·인강·질문·첨삭으로 학습 실행**
   교재 · 인강 · 질문 · 첨삭을 연결해 진행합니다.
3. **트래커와 튜터 평가로 반복 관리**
   반복과 점검을 통해 답안 완성까지 끌고 갑니다.

완료 기준 진도 완료가 아니라 답안 완성까지 도달하면 **이럴 때 시작** 혼자 계획 · 실행 · 반복을 동시에 관리하기 어려울 때

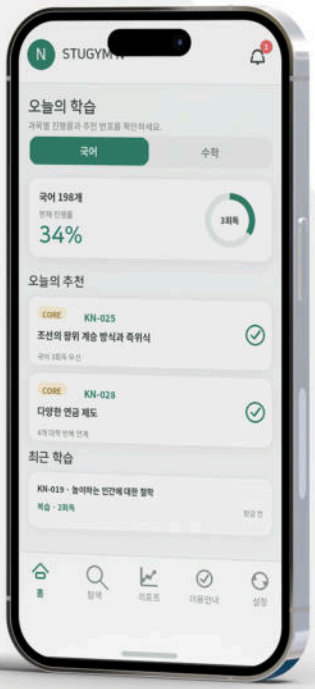
Spartan PE System
STUGYM

모든 교재 공통 · 무료 학습 도구

STUGYM N · 사용 가이드

교재가 정해진 시험은,
공부의 기록이 합격을 만듭니다.

스터짐N은 교재에 표시된 KN·MN 번호를 검색해 EBS 원문 위치와 중요도를 확인하고, 학습 상태와 회독을 기록하는 무료 학습 도구입니다.
부스터·아레나에서 틀린 문항은 해설에서 끝내지 말고, 같은 번호의 파워업과 EBS 원문으로 돌아갑니다.



EBS 원문 > POWERUP > BOOSTER > ARENA

한 번호로 원문·기출·실전·복습까지 연결

사용법은 매일 같은 **4단계**입니다

검색 > 확인 > 기록 > 다음 학습 위치 확인

1 번호 검색

교재에 적힌 KN·MN 번호를 그대로 입력합니다.
예) KN-025 · MN-062

2 중요도 확인

난도가 아니라 합격 기여도입니다.
CORE·STABLE부터 먼저 학습합니다.

3 상태·회독 기록

미학습 > 학습중 > 복습 > MASTER
국어 3회독 · 수학 10회독을 기록합니다.

2 리포트 확인

다음에 볼 번호, 안 한 구간, 중요도별 완료율을 확인합니다.

가장 중요한 사용 원칙

틀리면 해설지에서 끝내지 말고, 그 번호의 **파워업·EBS 원문**으로 돌아가십시오.

한 번호로 원문·기출·실전·복습까지 연결

영상으로 바로 따라하기
QR을 찍고 3분 사용법 보기

스터짐 홈페이지 바로가기 QR스캔

홈페이지 : www.stugym.net

SPECIAL
EXAM ANALYSIS

0 2026 넘버링 005p

수학II 변형문제

01 함수의 극한 010p
02 함수의 연속 038p
03 미분계수와 도함수 058p
04 도함수의 활용(1) 066p
05 도함수의 활용(2) 092p
06 부정적분과 정적분 108p
07 정적분의 활용 140p

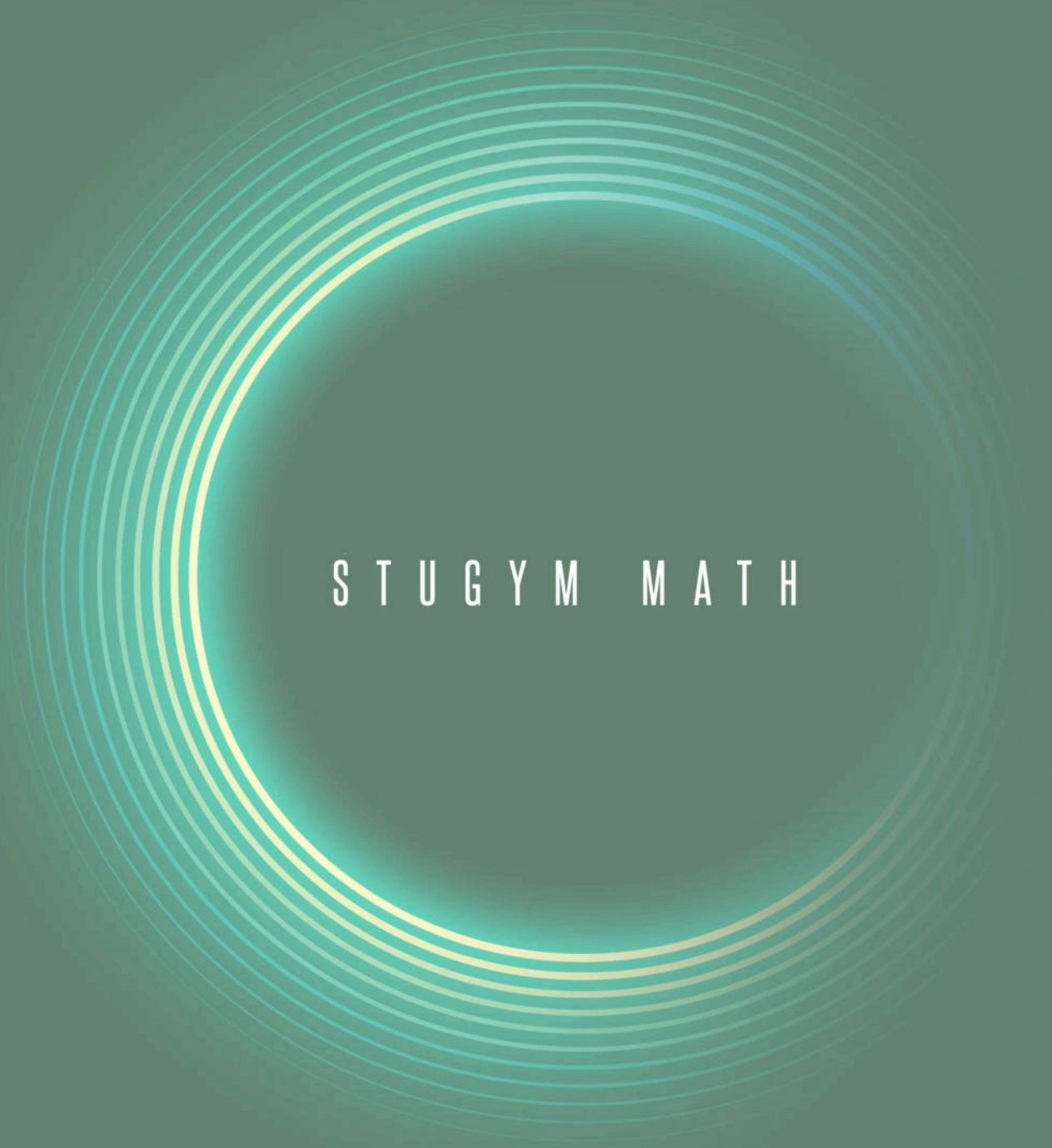
CONTENTS.

수학II 변형문제 해설

08 함수의 극한: 해설 154p
09 함수의 연속: 해설 188p
10 미분계수와 도함수: 해설 216p
11 도함수의 활용(1): 해설 226p
12 도함수의 활용(2): 해설 254p
13 부정적분과 정적분: 해설 272p
14 정적분의 활용: 해설 310p

수학II 손글씨 해설

15 함수의 극한: 손글씨 해설 326p
16 함수의 연속: 손글씨 해설 354p
17 미분계수와 도함수: 손글씨 해설 376p
18 도함수의 활용(1): 손글씨 해설 386p
19 도함수의 활용(2): 손글씨 해설 412p
20 수열의 합과 수학적 귀납법 : 손글씨 해설 429p
21 정적분의 활용: 손글씨 해설 460p


STUGYM MATH

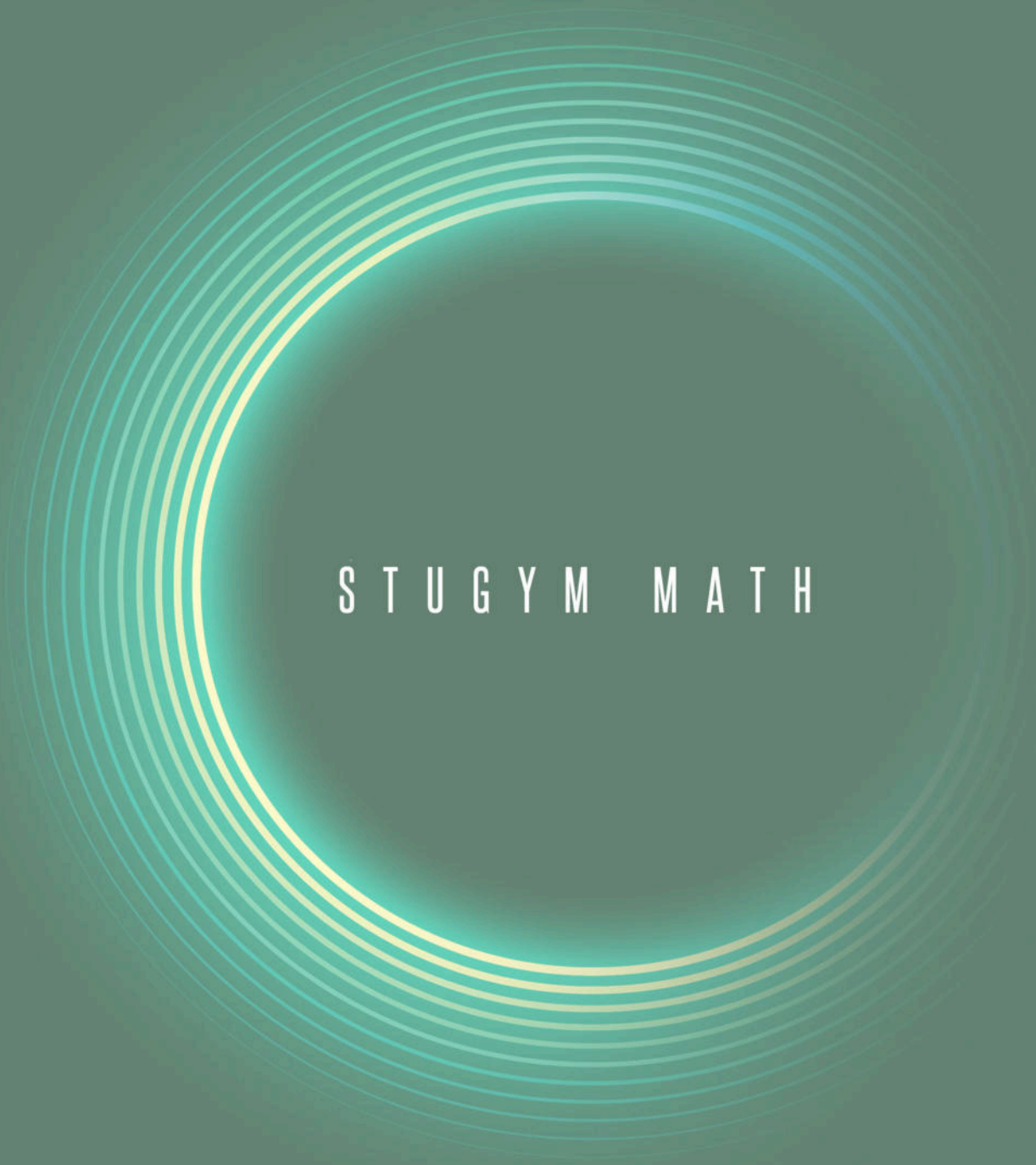
CHAPTER

0

2026 넘버링

대학	번호	교재	단원	난이도	연계 방식	연계율	중요도	주제	연계파트	연계번호
가천대	43	수능 특강	4.사인법칙과 코사인법칙	중	문항 변형	88	★★★ 기출 다수 연계	사인법칙, 코사인법칙	Level2	9
가천대	44	수능 특강	5.등차수열과 등비수열	상	문항 변형	92	★★★ 기출 다수 연계	절댓값 항이 주어진 등차수열	Level3	1
가천대	45	수능 특강	3.미분계수와 도함수	중	문항 변형	78	★★ 필수	접선의 방정식의 활용	Level2	2
가천대	46	수능 완성	6.다항함수의 적분법	중상	개념 활용	58	★★★ 기출 다수 연계	속도와 위치의 변화량	실전편	5회 9
가천대	47	수능 완성	4.함수의 극한과 연속	중	문항 변형	76	★★ 필수	함수의 극한의 활용	유형편	7
가천대	48	수능 특강	2.지수함수와 로그함수	중	문항 변형	75	★★★ 기출 다수 연계	지수함수의 넓이의 활용	Level2	1
가천대	49	수능 완성	1.지수함수와 로그함수	중	개념 활용	68	★★★ 기출 다수 연계	로그의 기본 성질	실전편	3회 16
가천대	50	수능 완성	3.수열	중상	문항 변형	93	★★ 필수	자연수의 거듭제곱의 합	유형편	30
가천대	51	수능 완성	4.함수의 극한과 연속	중상	문항 변형	82	★★ 필수	함수의 극한의 활용	유형편	16
가천대	52	수능 특강	5.도함수의 활용(2)	상	문항 변형	80	★★ 필수	실근의 개수와 연속	Level3	2
가천대	53	수능 특강	4.사인법칙과 코사인법칙	중	문항 변형	77	★★★ 기출 다수 연계	사인법칙, 코사인법칙	예제	3
가천대	54	수능 특강	6.부정적분과 정적분	상	문항 변형	86	★★★ 기출 다수 연계	적분구간이 변수인 함수 f(x)의 결정	Level3	1
가천대	55	수능 특강	3.삼각함수	상	개념 활용	72	★★★ 기출 다수 연계	삼각방정식의 풀이	Level3	3
가천대	56	수능 완성	3.수열	하	개념 활용	50	★★ 필수	항을 나열하는 귀납적 정의	유형편	37
가천대	57	수능 특강	7.정적분의 활용	중	문항 변형	84	★★ 필수	함수와 역함수의 정적분	유제	3
가천대	58	수능 완성	1.지수함수와 로그함수	중하	개념 활용	52	★★★ 기출 다수 연계	로그의 기본 성질	유형편	14
가천대	59	수능 완성	1.지수함수와 로그함수	중상	개념 활용	65	★★ 필수	로그함수의 넓이의 활용	유형편	24
가천대	60	수능 특강	6.부정적분과 정적분	중	문항 변형	75	★★★ 기출 다수 연계	적분구간이 변수인 함수 f(x)의 결정	예제	2
가천대	61	수능 완성	4.함수의 극한과 연속	중	문항 변형	73	★★ 필수	함수의 극한의 활용	유형편	6
가천대	62	수능 완성	1.지수함수와 로그함수	상	문항 변형	88	★ 핵심 개념	로그함수의 그래프의 성질	실전편	2회 21
가천대	63	수능 특강	3.미분계수와 도함수	중	개념 활용	71	★★★ 기출 다수 연계	평균변화율과 미분계수	유제	2
가천대	64	수능 특강	3.삼각함수	중하	문항 변형	86	★★★ 기출 다수 연계	삼각함수의 최대, 최소와 주기	Level1	6
가천대	65	수능 특강	2.지수함수와 로그함수	중	개념 활용	68	★★ 필수	로그함수의 그래프의 성질	Level2	2
가천대	66	수능 특강	5.등차수열과 등비수열	중하	문항 변형	90	★★★ 기출 다수 연계	조건을 만족시키는 등비수열	Level1	7
가천대	67	수능 특강	1.함수의 극한	상	개념 활용	58	★★ 필수	함수의 극한의 활용	Level3	3
가천대	68	수능 특강	5.도함수의 활용(2)	중	개념 활용	74	★★ 필수	실근의 개수와 연속	Level1	4
가천대	69	수능 특강	1.함수의 극한	상	개념 활용	70	★ 핵심 개념	함수의 대소관계	Level3	1
가천대	70	수능 완성	4.함수의 극한과 연속	상	문항 변형	78	★ 핵심 개념	함수의 극한의 활용	유형편	19
가천대	71	수능 특강	3.삼각함수	상	문항 변형	86	★★★ 기출 다수 연계	삼각방정식의 실근	Level3	3
가천대	72	수능 특강	4.도함수의 활용(1)	상	문항 변형	75	★★ 필수	접선의 방정식의 활용	Level3	1

가천대	73	수능 특강	3.삼각함수	중	개념 활용	70	★★★ 기출 다수 연계	삼각함수의 성질	Level2	11
가천대	74	수능 특강	6.수열의 합과 수학적 귀납법	중	개념 활용	63	★★★ 기출 다수 연계	로그를 포함한 수열의 합	Level2	6
가천대	75	수능 특강	2.함수의 연속	중	문항 변형	88	★★★ 기출 다수 연계	함수의 연속과 미정계수의 결정	Level2	2
가천대	76	수능 완성	5.다항함수의 미분법	중	문항 변형	82	★★ 필수	다항함수의 극대와 극소	유형편	30
가천대	77	수능 특강	3.삼각함수	중	문항 변형	91	★★ 필수	삼각함수의 그래프	Level2	6
가천대	78	수능 완성	5.다항함수의 미분법	상	개념 활용	76	★ 핵심 개념	함수의 최대, 최소의 활용	유형편	38
가천대	79	수능 완성	4.함수의 극한과 연속	중상	문항 변형	78	★★ 필수	함수의 극한의 활용	유형편	16
가천대	80	수능 특강	2.지수함수와 로그함수	중	개념 활용	60	★ 핵심 개념	로그함수의 넓이의 활용	Level2	1
가천대	81	수능 특강	6.부정적분과 정적분	중	개념 활용	62	★★ 필수	부정적분의 정의	Level3	5
가천대	82	수능 완성	3.수열	중하	문항 변형	92	★★★ 기출 다수 연계	분수꼴인 수열의 합	유형편	32
가천대	83	수능 특강	1.함수의 극한	상	문항 변형	87	★★ 필수	함수의 극한과 미정계수의 결정	Level3	2
가천대	84	수능 특강	6.수열의 합과 수학적 귀납법	중	문항 변형	77	★★ 필수	항을 나열하는 귀납적 정의	Level3	3
가천대	85	수능 완성	2.삼각함수	중	문항 변형	90	★★ 필수	삼각함수의 최대, 최소와 주기	유형편	18
가천대	86	수능 특강	1.지수와 로그	상	문항 변형	90	★★ 필수	거듭제곱근	Level3	1
가천대	87	수능 완성	4.함수의 극한과 연속	중상	개념 활용	70	★★ 필수	두 함수의 곱의 연속	유형편	8
가천대	88	수능 특강	6.부정적분과 정적분	중	문항 변형	82	★★★ 기출 다수 연계	부정적분의 정의	Level2	6
가천대	89	수능 완성	1.지수함수와 로그함수	중상	개념 활용	72	★★ 필수	로그함수의 넓이의 활용	유형편	24
가천대	90	수능 특강	6.부정적분과 정적분	중하	개념 활용	68	★★ 필수	정적분으로 표시된 함수의 극한	Level1	5


STUGYM MATH

CHAPTER

1

함수의 극한

넘버링	주제	출제연도	연계방식	난이도	연계율
022	함수의 극한에 대한 기본 성질	2022	개념 활용	상	50%
094	0분의 0꼴 극한값	2023	문항 변형	중	100%
011	무한대분의 무한대꼴 극한값	2022	개념 활용	상	50%
170	함수의 극한과 미정계수의 결정	2025	문항 변형	최상	80%
161	함수의 극한을 이용한 다항함수의 결정	2025	개념 활용	최상	50%
018	함수의 극한을 이용한 다항함수의 결정	2022	개념 활용	상	80%
085	함수의 극한을 이용한 다항함수의 결정	2023	문항 변형	최상	100%
053	함수의 극한의 활용	2023	문항 변형	상	100%
135	함수의 극한의 활용	2024	개념 활용	최상	50%
156	함수의 극한의 활용	2025	개념 활용	상	50%
190	함수의 극한의 활용	2025	문항 변형	최상	50%
153	함수의 극한의 활용	2024	개념 활용	상	80%
187	함수의 극한의 활용	2025	문항 변형	최상	80%
200	함수의 극한의 활용	2025	개념 활용	최상	30%
115	함수의 대소관계	2024	개념 활용	상	80%

1 함수의 극한

수학2

1. 2022학년도 가천대 논술 자연 B형 7번

두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 $\lim_{x\to a} f(x)=\infty$와

$\lim_{x\to a}(3f(x)-g(x))=2022$를 만족한다.

$\lim_{x\to a}\dfrac{kf(x)-2g(x)}{2f(x)-g(x)}=-9$를 만족시키는 상수 k의 값을 구하는 다음의 풀이 과정을 완성하시오.

$\lim_{x\to a} f(x)=\infty$이고 $\lim_{x\to a}(3f(x)-g(x))=2022$이므로

$\lim_{x\to a} g(x)=$(①). 또한 $\lim_{x\to a}\dfrac{3f(x)-g(x)}{f(x)}=$

(②)이므로 $\lim_{x\to a}\dfrac{g(x)}{f(x)}=$(③)

따라서 $\lim_{x\to a}\dfrac{kf(x)-2g(x)}{2f(x)-g(x)}=-9$이므로 $k=$(④)

이다.

2. 2022학년도 수능완성 유형편 4. 함수의 극한과 연속 6번

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to 1} f(x)=4$, $\lim_{x\to 1}\dfrac{g(x)}{x}=k$

일 때, $\lim_{x\to 1}\dfrac{\{f(x)\}^2-(x+2)g(x)}{f(x)g(x)+2g(x)}=\dfrac{1}{3}$이다. 상수 k의 값은?

3. 2023학년도 가천대 논술 F형 13번

두 연속 함수 $f(x), g(x)$가

$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-4}{x-2}=2, \lim_{x\to 2}\frac{g(x)+2}{x-2}=-1$을 만족시킬 때,

$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)g(x)+8}{x^2-4}$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

4. 2023학년도 수능완성 실전 모의고사 2회 8번

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가

$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-3}{x-1}=4$, $\lim_{x\to 1}\frac{g(x)-4}{x-1}=2$ 를 만족시킬 때,

$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)g(x)-12}{x^2-1}$ 의 값은?

5. 2022학년도 가천대 논술 인문 B형 14번

$\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+k}-2\sqrt{x})=\frac{27}{2}$일 때, 양수 k의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

6. 2022학년도 수능완성 유형편
4. 함수의 극한과 연속 12번

$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^6+2x^4+4x^3}-x^3-x)$의 값은?

CHAPTER

8

함수의 극한: 해설

8 함수의 극한: 해설

수학2

1. 2022학년도 가천대 논술 자연 B형 7번

두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 $\lim_{x\to a} f(x)=\infty$와

$\lim_{x\to a}(3f(x)-g(x))=2022$를 만족한다.

$\lim_{x\to a}\dfrac{kf(x)-2g(x)}{2f(x)-g(x)}=-9$를 만족시키는 상수 k의 값을 구하는 다음의 풀이 과정을 완성하시오.

$\lim_{x\to a} f(x)=\infty$이고 $\lim_{x\to a}(3f(x)-g(x))=2022$이므로

$\lim_{x\to a} g(x)=$(①). 또한 $\lim_{x\to a}\dfrac{3f(x)-g(x)}{f(x)}=$

(②)이므로 $\lim_{x\to a}\dfrac{g(x)}{f(x)}=$(③)

따라서 $\lim_{x\to a}\dfrac{kf(x)-2g(x)}{2f(x)-g(x)}=-9$이므로 $k=$(④)

이다.

정답

답안	배점
① $\lim_{x\to a} g(x)=\infty$	2
② $\lim_{x\to a}\dfrac{(3f(x)-g(x))}{f(x)}=0$	2
③ $\lim_{x\to a}\dfrac{g(x)}{f(x)}=3$	2
④ $k=15$	4

조건에서 $\lim_{x\to a} f(x)=\infty$인데 $\lim_{x\to a}(3f(x)-g(x))=2022$이므로

$\lim_{x\to a} g(x)=\infty$. 또한, $\lim_{x\to a}(3f(x)-g(x))=2022$로부터

$\lim_{x\to a}\dfrac{(3f(x)-g(x))}{f(x)}=\lim_{x\to a}\left(3-\dfrac{g(x)}{f(x)}\right)=0$가 성립하게 되므로

$\lim_{x\to a}\dfrac{g(x)}{f(x)}=3$이다. 결국,

$$\lim_{x\to a}\frac{kf(x)-2g(x)}{2f(x)-g(x)}=\lim_{x\to a}\frac{k-\dfrac{2g(x)}{f(x)}}{2-\dfrac{g(x)}{f(x)}}$$

$=\dfrac{k-6}{-1}=-9$이므로 $k=15$이다.

2. 2022학년도 수능완성 유형편 4. 함수의 극한과 연속 6번

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to 1} f(x)=4$, $\lim_{x\to 1}\dfrac{g(x)}{x}=k$

일 때, $\lim_{x\to 1}\dfrac{\{f(x)\}^2-(x+2)g(x)}{f(x)g(x)+2g(x)}=\dfrac{1}{3}$이다. 상수 k의 값은?

정답

$$\lim_{x\to 1}\frac{\{f(x)\}^2-(x+2)g(x)}{f(x)g(x)+2g(x)}=\lim_{x\to 1}\frac{\dfrac{\{f(x)\}^2}{x}-(x+2)\dfrac{g(x)}{x}}{f(x)\times\dfrac{g(x)}{x}+2\times\dfrac{g(x)}{x}}$$

$$=\frac{16-3k}{4k+2k}$$

$$=\frac{16-3k}{6k}=\frac{1}{3}$$

에서 $3(16-3k)=6k$

$15k=48$

따라서 $k=\dfrac{16}{5}$

난이도	상-수능 쉬운 4점 문항
유형	함수의 극한의 성질
연계개념	두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$, $\lim_{x\to a} g(x)=\beta$ (α, β는 실수)일 때 $\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}=\dfrac{\alpha}{\beta}$ (단, $g(x)\neq 0$, $\beta\neq 0$)
연계방식	주어진 식의 분자와 분모를 적절하게 변형하여 제시된 극한값을 활용할 수 있는 형태로 만드는 풀이

3. 2023학년도 가천대 논술 F형 13번

두 연속 함수 $f(x), g(x)$가

$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-4}{x-2}=2, \lim_{x\to 2}\frac{g(x)+2}{x-2}=-1$을 만족시킬 때,

$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)g(x)+8}{x^2-4}$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

정답

$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-4}{x-2}=2$이므로 $f(x)-4=(x-2)F(x)$이고

$F(2)=2$.

$\lim_{x\to 2}\frac{g(x)+2}{x-2}=-1$이므로 $g(x)+2=(x-2)G(x)$이고

$G(2)=-1$.

따라서 $f(x)=(x-2)F(x)+4, g(x)=(x-2)G(x)-2$이므로

$f(x)g(x)$

$=(x-2)^2F(x)G(x)-2(x-2)F(x)+4(x-2)G(x)-8$

따라서

$$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)g(x)+8}{x^2-4}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)^2F(x)G(x)-2(x-2)F(x)+4(x-2)G(x)}{(x-2)(x+2)}$$

$$=-\lim_{x\to 2}\frac{2F(x)-4G(x)}{(x+2)}=-2$$

4. 2023학년도 수능완성 실전 모의고사 2회 8번

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가

$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-3}{x-1}=4$, $\lim_{x\to 1}\frac{g(x)-4}{x-1}=2$ 를 만족시킬 때,

$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)g(x)-12}{x^2-1}$ 의 값은?

정답

$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-3}{x-1}=4$, $\lim_{x\to 1}\frac{g(x)-4}{x-1}=2$에서 $x\to 1$일 때

(분모) $\to 0$이고 극한값이 존재하므로

(분자) $\to 0$이어야 한다. 즉,

$\lim_{x\to 1}\{f(x)-3\}=0$, $\lim_{x\to 1}\{g(x)-4\}=0$

$f(x)$, $g(x)$는 다항함수이므로 $x=1$에서 연속이고

$f(1)=\lim_{x\to 1}f(x)=3$, $g(1)=\lim_{x\to 1}g(x)=4$

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-3}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=f'(1)$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{g(x)-4}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{g(x)-g(1)}{x-1}=g'(1)$$

이므로 $f'(1)=4$, $g'(1)=2$

$h(x)=f(x)g(x)$라 하면 $h(1)=f(1)g(1)=3\times 4=12$이므로

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)g(x)-12}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\left\{\frac{h(x)-h(1)}{x-1}\times\frac{1}{x+1}\right\}=\frac{1}{2}h'(1)$$

$h'(x)=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$에서

$h'(1)=f'(1)g(1)+f(1)g'(1)=4\times 4+3\times 2=22$

따라서 $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)g(x)-12}{x^2-1}=\frac{1}{2}h'(1)=\frac{1}{2}\times 22=11$

난이도	중-수능 3점 문항
유형	함수의 극한의 성질, 미분계수
연계개념	함수 $y=f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수 $f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ $=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$
연계방식	연계문제처럼 미분계수의 정의를 이용해서 풀 수도, 기출문제처럼 함수의 극한의 성질만을 이용해서 풀 수도 있음

5. 2022학년도 가천대 논술 인문 B형 14번

$\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+k}-2\sqrt{x})=\frac{27}{2}$일 때, 양수 k의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

정답

답안 1	배점
$\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})$ $+\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}(\sqrt{x+k}-\sqrt{x})$	3
$\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})$ $=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}=\frac{1}{2}$	3
$\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}(\sqrt{x+k}-\sqrt{x})$ $=\lim_{x\to\infty}\frac{k\sqrt{x}}{\sqrt{x+k}+\sqrt{x}}=\frac{k}{2}$	3
$k=26$	1

답안 2	배점
$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+k}-2\sqrt{x})}{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+k}+2\sqrt{x})}$ $\times(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+k}+2\sqrt{x})$ $=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}(2\sqrt{(x+1)(x+k)}+(-2x+k+1))}{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+k}+2\sqrt{x})}$	3
$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}(\sqrt{(x+1)(x+k)}+(-2x+k+1))}{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+k}+2\sqrt{x})}$ $=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}(2\sqrt{(x+1)(x+k)}+(-2x+k+1))}{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+k}+2\sqrt{x})}$ $\times\frac{(2\sqrt{(x+1)(x+k)}-(-2x+k+1))}{(2\sqrt{(x+1)(x+k)}-(-2x+k+1))}$ $=\frac{k+1}{2}$	6
$k=26$	1

6. 2022학년도 수능완성 유형편 4. 함수의 극한과 연속 12번

$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^6+2x^4+4x^3}-x^3-x)$의 값은?

정답

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^6+2x^4+4x^3}-x^3-x)$$
$$=\lim_{x\to\infty}\{\sqrt{x^6+2x^4+4x^3}-(x^3+x)\}$$
$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\{\sqrt{x^6+2x^4+4x^3}-(x^3+x)\}\{\sqrt{x^6+2x^4+4x^3}+(x^3+x)\}}{\{\sqrt{x^6+2x^4+4x^3}+(x^3+x)\}}$$
$$=\lim_{x\to\infty}\frac{4x^3-x^2}{\{\sqrt{x^6+2x^4+4x^3}+(x^3+x)\}}$$
$$=\lim_{x\to\infty}\frac{4-\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x^2}+\frac{4}{x^3}}+1+\frac{1}{x^2}}=\frac{4}{1+1}=2$$

난이도	상-수능 쉬운 4점 문항
유형	$\infty-\infty$ 꼴의 극한값의 계산
연계개념	$\infty-\infty$ 꼴의 무리식의 극한값은 분모 또는 분자의 무리식을 유리화하여 $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴로 변형하여 해결한다.
연계방식	기출문제는 답안 1처럼 주어진 식을 정리하는 과정을 거치지 않고 무리식을 유리화할 경우 답안 2, 3처럼 계산 과정이 복잡해지므로 유의

CHAPTER

15

함수의 극한: 손글씨 해설

15 함수의 극한: 손글씨 해설

수학2

1. 2022학년도 가천대 논술 자연 B형 7번

두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 $\lim_{x\to a} f(x)=\infty$와

$\lim_{x\to a}(3f(x)-g(x))=2022$를 만족한다.

$\lim_{x\to a}\dfrac{kf(x)-2g(x)}{2f(x)-g(x)}=-9$를 만족시키는 상수 k의 값을 구하는 다음의 풀이 과정을 완성하시오.

$\lim_{x\to a} f(x)=\infty$이고 $\lim_{x\to a}(3f(x)-g(x))=2022$이므로

$\lim_{x\to a} g(x)=$(∞ ① 2점). 또한 $\lim_{x\to a}\dfrac{3f(x)-g(x)}{f(x)}=$

(0 ② 2점)이므로 $\lim_{x\to a}\dfrac{g(x)}{f(x)}=$(3 ③ 2점)

따라서 $\lim_{x\to a}\dfrac{kf(x)-2g(x)}{2f(x)-g(x)}=-9$이므로

$k=$(15 ④ 4점)이다.

$\lim_{x\to a} f(x)=\infty$, $\lim_{x\to a}\{3f(x)-g(x)\}=2022$ 이므로

$\lim_{x\to a} g(x)=\infty$

$\lim_{x\to a}\dfrac{3f(x)-g(x)}{f(x)}=\lim_{x\to a}\left\{3-\dfrac{g(x)}{f(x)}\right\}=0$

$\therefore \lim_{x\to a}\dfrac{g(x)}{f(x)}=3$

$\lim_{x\to a}\dfrac{kf(x)-2g(x)}{2f(x)-g(x)}=\lim_{x\to a}\dfrac{k-\frac{2g(x)}{f(x)}}{2-\frac{g(x)}{f(x)}}=\dfrac{k-6}{2-3}=-9$

$k-6=9$ $\therefore k=15$

2. 2022학년도 수능완성 유형편 4. 함수의 극한과 연속 6번

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to 1} f(x)=4$, $\lim_{x\to 1}\dfrac{g(x)}{x}=k$

일 때, $\lim_{x\to 1}\dfrac{\{f(x)\}^2-(x+2)g(x)}{f(x)g(x)+2g(x)}=\dfrac{1}{3}$이다. 상수 k의 값은?

$$\lim_{x\to 1}\frac{\frac{\{f(x)\}^2}{x}-(x+2)\times\frac{g(x)}{x}}{f(x)\times\frac{g(x)}{x}+2\times\frac{g(x)}{x}}=\frac{16-3k}{4k+2k}$$

$$=\frac{16-3k}{6k}=\frac{1}{3}$$

$6k=3(16-3k)$

$2k=16-3k$

$5k=16$

$\therefore k=\dfrac{16}{5}$

3. 2023학년도 가천대 논술 F형 13번

두 연속 함수 $f(x), g(x)$가

$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-4}{x-2}=2, \lim_{x\to 2}\frac{g(x)+2}{x-2}=-1$을 만족시킬 때,

$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)g(x)+8}{x^2-4}$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

① $\lim_{x\to 2}\{f(x)-4\}=0$, $f(2)=4$

② $\lim_{x\to 2}\{g(x)+2\}=0$, $g(2)=-2$

① $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-4}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=f'(2)=2$

② $\lim_{x\to 2}\frac{g(x)+2}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{g(x)-g(2)}{x-2}=g'(2)=-1$

③ $h(x)=f(x)g(x)$, $h(2)=f(2)g(2)=-8$

$$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)g(x)+8}{x^2-4}=\lim_{x\to 2}\frac{f(x)g(x)-f(2)g(2)}{(x-2)(x+2)}$$

$$=\lim_{x\to 2}\left\{\frac{h(x)-h(2)}{x-2}\times\frac{1}{x+2}\right\}$$

$$=\frac{1}{4}h'(2)$$

$h'(x)=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

$h'(2)=f'(2)g(2)+f(2)g'(2)$

$=2\times(-2)+4\times(-1)=-8$

$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)g(x)+8}{x^2-4}=\frac{1}{4}h'(2)=\frac{1}{4}\times(-8)=-2$

4. 2023학년도 수능완성 실전 모의고사 2회 8번

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가

$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-3}{x-1}=4$, $\lim_{x\to 1}\frac{g(x)-4}{x-1}=2$ 를 만족시킬 때,

$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)g(x)-12}{x^2-1}$ 의 값은?

$\lim_{x\to 1}\{f(x)-3\}=0$, $f(1)=3$

$\lim_{x\to 1}\{g(x)-4\}=0$, $g(1)=4$

$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-3}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=f'(1)=4$

$\lim_{x\to 1}\frac{g(x)-4}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{g(x)-g(1)}{x-1}=g'(1)=2$

$h(x)=f(x)g(x)$, $h(1)=f(1)g(1)=12$

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)g(x)-12}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)g(x)-f(1)g(1)}{(x-1)(x+1)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\left\{\frac{h(x)-h(1)}{x-1}\times\frac{1}{x+1}\right\}$$

$$=\frac{1}{2}h'(1)$$

$h'(x)=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

$h'(1)=f'(1)g(1)+f(1)g'(1)$

$=4\times 4+3\times 2=22$

$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)g(x)-12}{x^2-1}=\frac{1}{2}h'(1)=\frac{1}{2}\times 22=11$

$\therefore$ 11

TEACHER'S HANDWRITTEN NOTES 손글씨 해설

15 함수의 극한: 손글씨 해설

수학2

5. 2022학년도 가천대 논술 인문 B형 14번

$\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+k}-2\sqrt{x})=\frac{27}{2}$일 때, 양수 k의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

★ 식정리 중요 3점

$$\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})+\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}(\sqrt{x+k}-\sqrt{x})$$

① i) $\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})(\sqrt{x+1}+\sqrt{x})}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}(x+1-x)}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}=\frac{1}{2}$$ 3점

② ii) $\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}(\sqrt{x+k}-\sqrt{x})$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x+k}-\sqrt{x})(\sqrt{x+k}+\sqrt{x})}{\sqrt{x+k}+\sqrt{x}}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}(x+k-x)}{\sqrt{x+k}+\sqrt{x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{k\sqrt{x}}{\sqrt{x+k}+\sqrt{x}}$$

$$=\frac{k}{2}=\frac{2}{2}$$ 3점

$\therefore k=26$ 1점

6. 2022학년도 수능완성 유형편 4. 함수의 극한과 연속 12번

$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^6+2x^4+4x^3}-x^3-x)$의 값은?

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^6+2x^4+4x^3}-x^3-x)$$

$$=\lim_{x\to\infty}\{\sqrt{x^6+2x^4+4x^3}-(x^3+x)\}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\{\sqrt{x^6+2x^4+4x^3}-(x^3+x)\}\{\sqrt{x^6+2x^4+4x^3}+(x^3+x)\}}{\{\sqrt{x^6+2x^4+4x^3}+(x^3+x)\}}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{x^6+2x^4+4x^3-x^6-2x^4-x^2}{\sqrt{x^6+2x^4+4x^3}+(x^3+x)}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{4x^3-x^2}{\sqrt{x^6+2x^4+4x^3}+x^3+x}$$

$$=\frac{4}{\sqrt{1}+1}=2$$

$$*\ \lim_{x\to\infty}\frac{4-\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x^2}+\frac{4}{x^3}}+1+\frac{1}{x^2}}=\frac{4}{1+1}=2$$