2027

STEP 4

스터짐 교재연구팀 지음

의대·한의대·약대 및 메디컬 계열 수리 논술 특화 라인업

2027 모집요강·논술 가이드북과 EBS 연계 출제 범위를 바탕으로, 가천대 의예과·한의예과·약학과 및 삼육대 약학과의 대학별 문항 구조와 서술형 답안 방식을 반영한 실전 예상문제집

BOOSTER

스터짐 부스터 메디컬 수리논술

가천대학교 · 삼육대학교



Spartan PE System STUGYM

STUGYM BOOKS **ROADMAP**

스터짐북스 로드맵

약술논술 합격, 꾸준한 훈련이 정답이다! **기초부터 실전까지** 끊임 없는 한 줄 흐름

STEP 1 BASIC 기본

기초 구조화 · 약술 기초 완성
처음 시작하는 학생에게 가장 중요한 필수 입문 과정

1. 국어는 핵심어와 문장 구조를, 수학은 풀이 단계를 쓰는 법을 익힙니다.
2. 약술형 논술의 문항·답안 형식에 처음부터 익숙해집니다.
3. POWERUP을 시작하기 전에 필요한 최소한의 답안 기초를 만듭니다

2권



STEP 2 기출분석집 출제원리분석

대학별 출제원리, EBS 연계 분석,
채점 기준까지 한 권으로 정리

목표대학의 출제 방식을
먼저 읽고 들어가는 단계

기출분석집 SPECIAL · 대학별 수학 기출해부 16종

총 16권





16개 대학 기출분석집

STEP 3 POWER UP 개념완성

수특·수완을 약술형 답안으로 바꾸는 메인 훈련
EBS 핵심 개념 정리 > 변형문제 적용 > 답안 작성 훈련

국어 구성: 독서 1~2권, 문학 1~2권, 수특·수완 총 3종 5권 분량
수학 구성: 수학 I , 수학 II , 수특·수완 총 3종 3권 분량

국어 5권
수학 3권



STEP 4 BOOSTER 심화

목표대학 출제 경향을 반영한 학교별 집중 훈련
대학별 빈출 유형과 예상문제를 목표대학 방식으로 훈련

학교별 세트 출간



학교별 국어·수학 SET

서울 – 국민대, 동덕여대, 삼육대, 상명대, 서경대
경기 – 가천대, 강남대, 수원대, 신한대, 을지대, 한국공학대, 한국외대 글로벌캠퍼스, 한신대
충청·세종 – 고려대 세종캠퍼스, 한국기술교육대, 홍익대 세종캠퍼스

학교별 기출 경향을 반영한 고난도 변형 훈련

STEP 4 ARENA 파이널

실제 시험처럼 치르는 파이널 모의고사
시간·문항 배열·답안지까지 실전과 동일하게 훈련

10개 세트 16개 대학 대비 실전 모의고사 구성

10개 SET 출간



완주를 돕는 3가지 지원

교재만으로 막히거나 혼자 반복하기 어려울 때 사용합니다.

스터짐N
EBS 진도를 한눈에 관리
수특·수완 문항 검색 › 학습 상태·회독 체크 › 교재별 진도 확인까지

인강
막히는 문제를 바로 이해
국어·수학 해설과 손글씨 풀이로 개념과 답안 흐름 보완

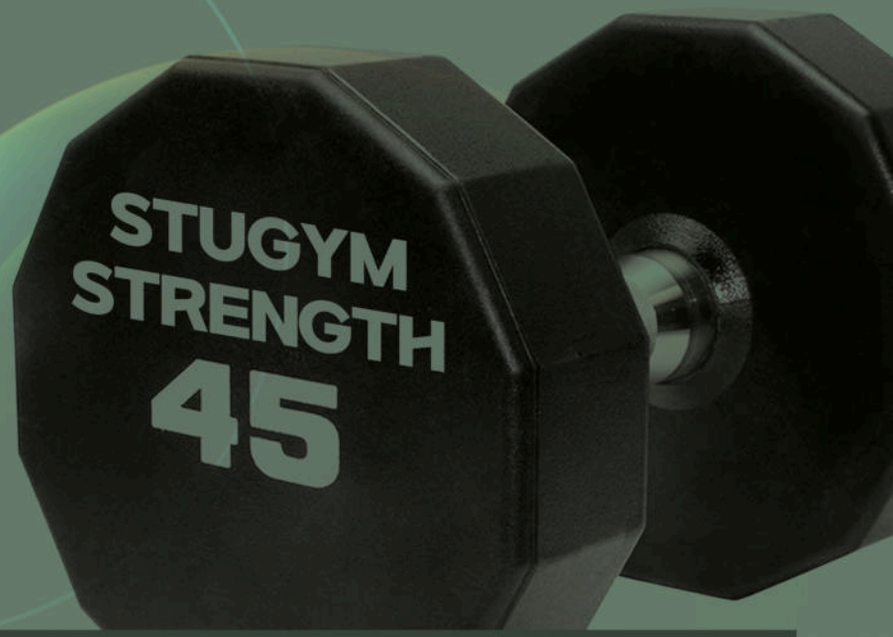
트래커
오늘의 미션부터 다시 풀 문제까지
미션 확인 > 풀이 제출 > 튜터 평가 > 재학습

올인원 패키지
혼자 하기 어렵다면 한번에
교재 + 인강 + 질문 + 첨삭 + 트래커를 하나의 루틴으로 관리

스터짐 홈페이지 바로가기 QR스캔

홈페이지 : www.stugym.net

BOOSTER



STUGYM N REVIEW EVENT

후기 남기고, 추가 교재 1권 받기

스터짐 N에 교재후기 · 수강후기 · 사용후기 중 하나를 남겨 주세요.

01 합격을 앞당길 추가 교재 1권 택1

① 가천대 4개년 수학 기출 완벽 분석(수학I)
② 가천대 4개년 수학 기출 완벽 분석(수학II)
③ 약술형 국어 주제별 핵심 분석집

stugymN

QR 찍고 스터짐N 접속 후기 작성 · 추가 혜택 받기

01은 후기 작성 혜택이며,
02 · 03은 스터짐N 접속 후 추가로 받을 수 있습니다.

스터짐 N에 접속하면 추가 혜택까지!

02 2026 가천대 기출분석집 PDF

스터짐N에서 무료로 받기

03 스터짐 홈페이지 5,000P

교재 · 인강 · 올인원 패키지 결제에 사용

WHY STUGYM N?

약술형 논술은 출제 교재가 정해진 시험입니다.

따라서 회독 횟수와 이해도가 합격을 결정합니다.

스터짐N은 교재에 실린 국어 제시문과 수학 문항의 중요도 · 출제 가능성을 확인하고,
회독 횟수와 이해도를 스스로 점검 · 기록하는 학습 관리 프로그램입니다.

국어
중요 제시문 확인
회독 횟수 · 이해도 기록

수학
중요 문항 확인
회독 횟수 · 이해도 기록

stugymN

QR 찍고 스터짐N 접속

지금 QR 찍고
회독 · 이해도 기록 시작
KN · MN 번호로 모든 제시문과 문항의
회독 · 이해도 기록을 한눈에 관리합니다.
중요한 문항을 완전히 이해할 때까지 반복하세요.

01 중요도 확인 → **02 반복 학습** → **03 이해도 점검** → **04 데이터 누적**

STUGYM MEDICAL ROADMAP

메디컬 수리논술 4단계

일반 약술형 교재와 섞어 쓰지 않습니다.
EBS 핵심문항을 가천대·삼육대의 8문항·80분 답안으로 바꾸는 전용 루트입니다.

01

POWER UP MEDICAL

수학 Ⅰ · 수학 Ⅱ

EBS 기반

EBS 수특·수완 핵심문항을 메디컬 서술형으로 바꾸고, 첫 식과 배점 수식을 정확히 남깁니다.

02

POWER UP MEDICAL

미적분

고난도

수열의 극한부터 미분·적분까지 고난도 추론과 계산을 압축해, 답안에 필요한 과정만 재현합니다.

03

BOOSTER MEDICAL

가천대·삼육대

대학별

같은 개념을 대학별 조건·문항 구조·서술 방식에 맞춰 다시 적용하며 실전 예상문제로 확장합니다.

04

FINAL ARENA

실전모의고사 5회분

실전

실전모의고사 5회분으로 풀이 순서와 시간 배분, 부분점수 식을 시험 직전까지 완성합니다.

교재 사이의 빈틈은 세 가지 도구로 연결합니다.

01

인강

첫 식·변형 원리·부분점수만 빠르게 확인

01

STUGYM N

번호 검색·중요도 확인·회독 기록

01

MEDICAL FINAL

전범위 답안 제출·정밀 첨삭·재작성

전화번호 : 031-1551-5476 홈페이지 : www.stugym.net 이메일 : stugymmath@gmail.com

메디컬 교재 4종

공통 범위를 과목별로 완성한 뒤 대학별 예상문제와 80분 실전으로 넘어갑니다. 앞 단계를 건너뛰면 약점이 그대로 드러납니다.

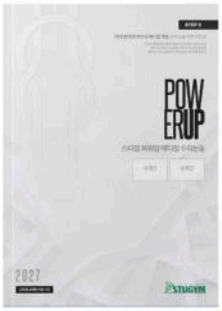
POWER UP MEDICAL

수학 Ⅰ · 수학 Ⅱ

EBS 핵심문항 메디컬 변형

완료 기준

첫 식과 핵심 수식을 보지 않고 다시 쓸 수 있으면 완료



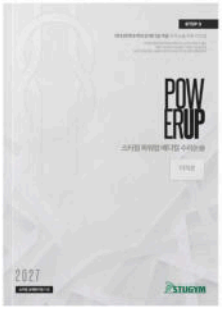
POWER UP MEDICAL

미적분

고난도 추론·계산·서술

완료 기준

풀이 연결이 끊기지 않고 배점 과정만 압축해 적으면 완료



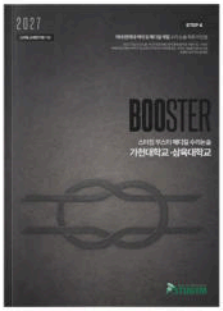
BOOSTER MEDICAL

가천대·삼육대

대학별 문항 구조·답안 방식

완료 기준

조건이 달라져도 같은 원리를 대학별 답안으로 재현하면 완료



FINAL ARENA

실전모의고사 5회분

8문항·80분 시간 관리

실전

한 문제에 매달리지 않고 전 문항의 배점 식을 남기면 완료



학습 순서 EBS 원문 > POWER UP > BOOSTER > ARENA

스터짐 홈페이지 바로가기 QR스캔

LEARNING TOOLS

인강+STUGYM N

교재를 먼저 풀고 막힌 지점만 강의로 확인합니다. 이해한 문항은 STUGYM N에 기록해 다음 회독과 시험 직전 복습까지 연결합니다.

HELP 1

막힌 부분만 인강으로



1 교재를 먼저 풀기
처음부터 강의를 틀지 말고 풀이가 막히는 정확한 지점을 찾습니다.

2 핵심 해설만 확인
첫 식·변형 원리·필수 수식·부분점수 위치를 빠르게 확인합니다.

3 화면을 닫고 다시 쓰기
정답을 보는 데서 끝내지 않고 같은 답안을 손으로 재현합니다.

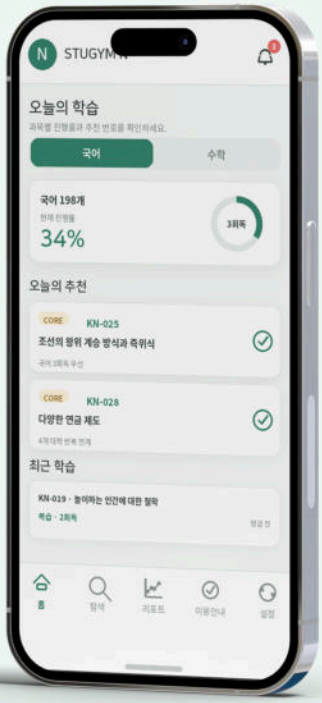
EBS 기반

강의 없이 풀이 원리와 필수 식을 설명할 수 있는 상태

HELP 2

회독은 STUGYM N으로

EBS 원문 〉 POWER UP 〉 BOOSTER 〉 ARENA



1 번호 검색
교재에 표시된 번호를 그대로 입력

2 중요도 확인
CORE·STABLE부터 먼저 반복

3 상태·회독 기록
미학습 > 학습중 > 복습 > MASTER

4 리포트 확인
다음에 볼 번호와 약한 단원 확인

전화번호 : 031-1551-5476 홈페이지 : www.stugym.net 이메일 : stugymmath@gmail.com

FINAL LIVE

MEDICAL FINAL

일반 약술형과 분리된 메디컬 전용 LIVE입니다. 가천대 의예·한의예·약학, 삼육대 약학과의 전범위 답안을 실제로 작성합니다.

SAMYOOK FINAL

삼육대 약학과

11.20 – 11.22

3일 · LIVE 12시간

전범위 답안 첨삭 4회

진단 > 답안 구조 > 수학 Ⅰ · Ⅱ · 미적분 > 실전 모의

GACHEON FINAL

가천대 의예·한의예·약학

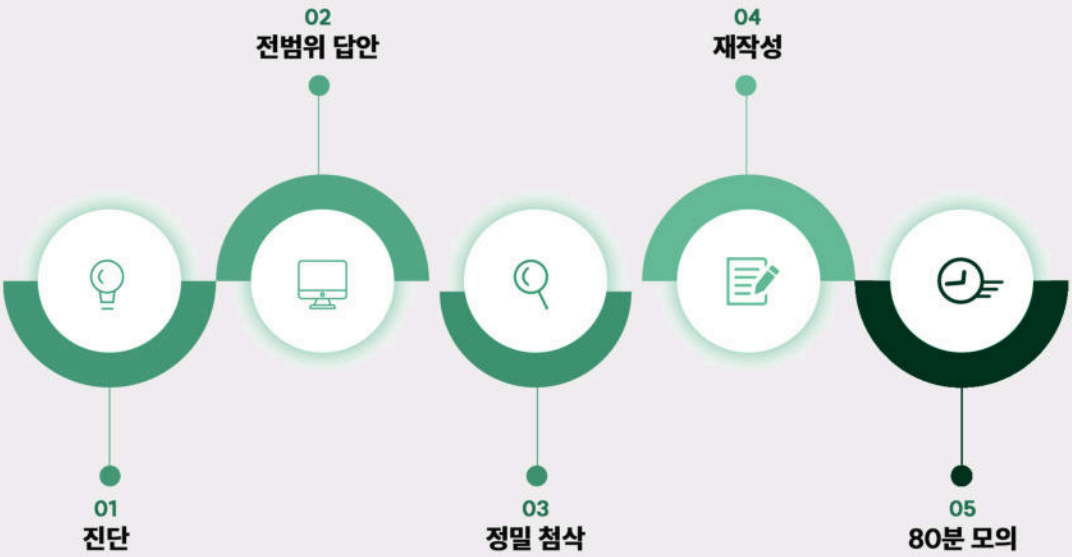
11.23 – 11.27

5일 · LIVE 15시간

전범위 답안 첨삭 5회

진단 > 수학 Ⅰ > 수학 Ⅱ > 미적분 > 80분 최종 모의

FINAL에서 완성하는 5단계



START MEDICAL ROUTE

EBS 한 문항을 끝까지.

이해하고, 쓰고, 다시 고칩니다.

교재·인강·STUGYM N·FINAL의 최신 안내를 QR에서 확인하세요.

스터짐 홈페이지 바로가기 QR스캔

1 부스터 가이드북 006p

2 수학1 변형문제 15p

01 지수와 로그
02 지수함수와 로그함수
03 삼각함수
04 사인법칙과 코사인법칙
05 등차수열과 등비수열
06 수열의 합과 수학적 귀납법

3 메디컬 논술 변형문제 31p

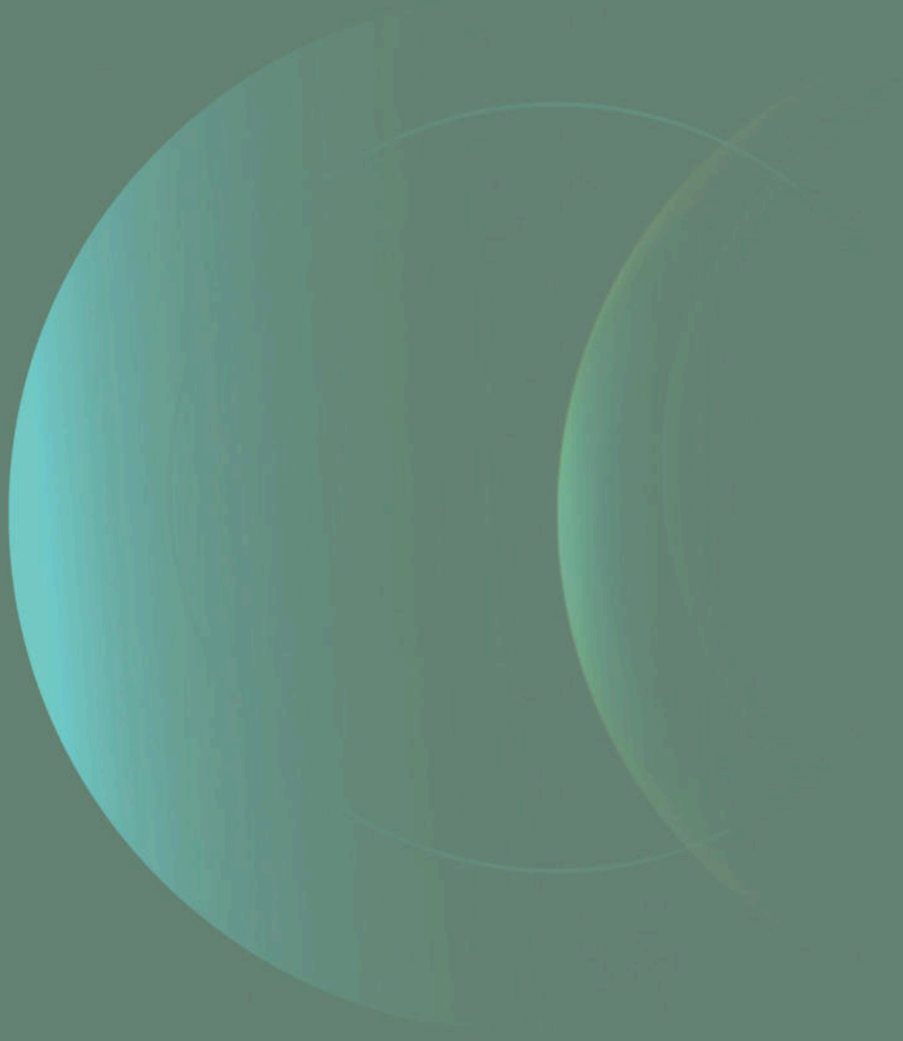
CONTENTS.

4 수학1 변형문제 해설 71p

01 지수와 로그
02 지수함수와 로그함수
03 삼각함수
04 사인법칙과 코사인법칙
05 등차수열과 등비수열
06 수열의 합과 수학적 귀납법

5 메디컬 논술 변형문제 해설 97p

6 메디컬 논술 변형문제 손글씨 해설 181p



STUGYM MATH

CHAPTER

1

부스터 가이드북

메디컬을 노린다면, 여기서부터 다르다

약술형 논술은 「쉬운 시험」이라는 오해를 자주 받습니다. 실제로 상당수 대학의 문항은 EBS 연계 교재의 원형에서 크게 벗어나지 않고, 숫자나 함수식을 조금 바꾸는 수준에 머무릅니다. 그러나 의예·한의예·약학 계열은 사정이 다릅니다.
경쟁자 대부분이 계산 실수 없이 정답에 도달하는 집단이기 때문에, 대학은 변별을 만들어 내기 위해 조건을 겹겹이 쌓아 올립니다. 절댓값과 주기함수를 얹고, 소문항을 붙이고, 서로 다른 단원의 개념을 하나의 문항에 융합합니다. 그 결과 메디컬 지원자가 실제로 마주하는 문항은 「연계 교재 변형」이라기보다 「단원 융합 고난도 서술형」에 가깝습니다.
이 교재는 바로 그 지점만을 겨냥합니다. 가천대와 삼육대의 실제 출제 장치를 분해하고, 2027 EBS 수능특강·수능완성에서 그 장치를 걸 수 있는 문항만 골라 76문항으로 재구성했습니다. 쉬운 문항으로 분량을 채우지 않았습니다.

이 교재의 한 줄 정의
가천대·삼육대 메디컬 계열 지원자가 실제로 만나게 될 난이도만 남긴, 고난도 76문항 집중 훈련서.

PART 1 가천대·삼육대는 무엇을 더 얹는가

약술형 논술을 실시하는 대학은 크게 두 갈래로 나뉩니다. 단순 식 변형 위주로 출제하는 다수의 대학, 그리고 조건 추가와 단원 융합으로 변별력을 끌어올리는 소수의 대학입니다. 가천대와 삼육대는 후자에 속합니다.

아래 표는 두 대학의 역대 기출을 문항별로 대조해, 연계 교재 원형에 어떤 장치가 추가되었는지 정리한 것입니다.

구분	추가되는 장치	가천대	삼육대
공통	절댓값 포함	○	
	합답형 문제 중 한 문제	○	
	미지수 추가	○	
	여러 단원 융합	○	
	문제 수 추가	○	○
	조건 변경	○	
	넓이 추가	○	
	소문항 추가	○	
고1	집합 표현 추가	○	
	나머지 정리		○
수 I	로그·지수부등식 추가	○	
	삼각함수의 성질 여러 개 추가	○	
	도형의 활용 (거리, 둘레)	○	
	로그 추가	○	
	시그마 추가		○
수 II	함수의 차수 높이기	○	
	함수의 범위 개수 늘리기	○	
	함숫값에서 극한값·극댓값·극솟값	○	
	주기함수 추가	○	
	정적분값 추가	○	
	극한 조건 추가	○	
	새로운 함수 추가	○	
	가속도 추가	○	
	정적분 넓이를 미지수로 표현하기		○

가천대 — 조건을 겹겹이 쌓는다

가천대는 표에서 확인되듯 장치의 가짓수 자체가 압도적입니다. 절댓값·주기함수·가속도처럼 그래프 개형을 통째로 바꾸는 조건을 얹고, 여기에 소문항을 붙이거나 넓이를 추가해 한 문항 안에서 여러 번 판단하게 만듭니다. 합답형 문항이 한 문제 포함되는 것도 특징입니다.

메디컬 지원자에게 위험한 지점은 난이도 자체가 아니라 「풀이가 갈라지는 순간」입니다. 절댓값이 붙는 순간 경우를 나눠야 하고, 주기함수가 붙는 순간 구간을 나눠야 합니다. 이 분기를 빠뜨리면 정답이 나와도 감점됩니다.

삼육대 — 식을 직접 세우게 한다

삼육대의 장치는 수가 적은 대신 성격이 뚜렷합니다. 낯선 미지수를 제시해 학생이 스스로 수식을 세우게 하고, 시그마나 나머지 정리처럼 다른 단원의 도구를 끌어와 붙이며, 정적분의 넓이를 값이 아닌 미지수로 표현하게 합니다. 문제 수를 늘려 시간 압박을 주는 방식도 함께 쓰입니다.

즉 가천대가 「주어진 상황을 정확히 분해하는 힘」을 본다면, 삼육대는 「상황을 식으로 옮기는 힘」을 봅니다. 두 대학을 함께 준비할 때 이 차이를 의식하고 훈련해야 합니다.

시간 배분 — 80분을 어떻게 쓸 것인가

2장에 수록된 2026학년도 가천대 기출 8문항의 예상 소요 시간은 다음과 같습니다. 전체 시험 시간은 80분입니다.

문항	과목	핵심 개념	예상 소요
91번	수학 I	거듭제곱근, 로그함수	8분
92번	미적분	등비급수, 삼각함수의 덧셈정리	8분
93번	미적분	합성함수의 미분법, 치환적분법	8분
94번	미적분	등비급수, 역함수의 미분법	15분
95번	수학 I	수열	15분
96번	미적분	미분법	12분
97번	수학 I	귀납적으로 정의된 수열	8분
98번	수학 II	접선의 방정식, 최댓값과 최솟값	6분

여덟 문항의 예상 소요 시간을 더하면 80분입니다. 여유 시간이 사실상 없다는 뜻입니다. 6분짜리 문항에서 12분을 쓰면 15분짜리 문항은 손도 못 대고 끝납니다.

TIP 문항을 고르는 훈련도 실력이다

2장의 대표기출에는 문항마다 예상 소요 시간이 표기되어 있습니다. 풀이를 시작하기 전에 표를 가리고 「이 문항은 몇 분짜리인가」를 먼저 판단해 보세요. 시험장에서 15분짜리를 6분짜리로 착각하는 순간 한 문항을 통째로 잃습니다.

PART 2 이 교재는 이렇게 구성되어 있습니다

본 교재는 세 개의 장으로 구성됩니다. 순서대로 따라가면 「출제 장치를 이해하고 → 실제 기출로 확인하고 → 같은 장치가 걸린 문항을 반복 훈련하는」 흐름이 됩니다.

CHAPTER 1 가이드북

지금 읽고 계신 부분입니다. 두 대학의 출제 장치, 교재 구성, 문항 선별 기준, 학습법을 담았습니다. 문제를 풀기 전에 반드시 먼저 읽어 주세요.

CHAPTER 2 가천대 대표기출 해부

2026학년도 가천대 기출 8문항과 모의 4문항, 총 12문항을 실었습니다. 각 문항마다 다음이 함께 제공됩니다.

- 출제범위 표 — 교육과정 과목명, 핵심 개념 및 용어, 예상 소요 시간, 배점 배분
- 연계문제 — 이 기출이 어느 EBS 원본 문항에서 출발했는지 직접 대조

연계문제를 함께 실은 이유는 분명합니다. 원본과 기출을 나란히 놓고 보면, 대학이 무엇을 지우고 무엇을 얹었는지가 눈에 보이기 때문입니다. 이 「차이를 읽는 눈」이 3장 변형문제를 푸는 무기가 됩니다.

CHAPTER 3 고난도 변형문제 76문항

2027 EBS 수능특강과 수능완성에서 선별한 문항을, 가천대·삼육대의 출제 장치를 실제로 걸어 변형한 76문항입니다. 구성은 다음과 같습니다.

원본 교재	수학 I	수학 II	미적분
2027 수능특강	25문항	21문항	14문항
2027 수능완성	유형편 4문항	(유형편에 포함)	12문항
합계	**수능특강 60문항**	**수능완성 16문항**	**총 76문항**

원본 문항의 난이도 분포는 Level 3이 43문항, Level 2가 17문항이며, 나머지 16문항은 수능완성 유형편·실전모의고사에서 가져왔습니다. Level 1은 한 문항도 싣지 않았습니다.

모든 문항 아래에는 파워업 통합 넘버링(파워업 000)이 표기되어 있어, 파워업 본교재와 교차 학습할 수 있습니다.

손글씨 해설

76문항 전부에 손글씨 해설이 붙어 있습니다. 타이핑 해설과 달리 실제 답안지에 쓰는 형태 그대로이며, 부분 점수가 부여되는 구간이 형광으로 표시되고 배점이 함께 적혀 있습니다. 문제 바로 아래에 배치했으니 별도로 해설집을 뒤질 필요가 없습니다.

PART 3 왜 76문항인가 — 선별 기준

수능특강과 수능완성의 모든 문항을 논술형으로 연습하는 것은 시간 낭비입니다. 본 교재는 다음 세 기준으로 문항을 걸러냈습니다.

기준 1 장치를 걸 수 있는 문항인가

절댓값을 붙였을 때 경우가 갈리는가, 소문항을 붙일 여지가 있는가, 다른 단원의 개념을 얹을 수 있는가. 원형이 아무리 좋아도 조건을 얹을 여지가 없는 문항은 메디컬 대비용으로 가치가 낮습니다.

기준 2 Level 1은 싣지 않는다

파워업 본교재는 Level 1이라도 기출에 등장한 핵심 개념을 담고 있으면 수록합니다. 그러나 이 교재는 성격이 다릅니다. 메디컬 지원자에게 Level 1 문항은 이미 통과한 구간이며, 여기에 시간을 쓰는 것은 손해입니다.

기준 3 고난도 원본은 원본 그대로 남긴다

Level 3 중에서도 지나치게 까다로운 일부 문항은 변형하지 않았습니다. 고난도 기출은 실제 시험과의 연계율이 높기 때문에, 변형본을 푸는 것보다 원본을 그대로 분석하는 편이 효율적이기 때문입니다.

빈틈은 스스로 메운다

이 교재의 76문항은 「당락을 가르는 구간」만 뽑아낸 것입니다. 교재를 끝낸 뒤에는 수록되지 않은 수능특강·수능완성 원본 문항을 반드시 스스로 풀어 점검하세요. 76문항으로 뼈대를 세우고 원본으로 빈틈을 채우면 대비가 완성됩니다.

PART 4 4단계 학습법

이 교재는 정답을 맞히기 위한 책이 아니라, 감점 없는 답안을 쓰기 위한 책입니다. 다음 순서를 지켜 주세요.

STEP 01 시간을 재고 스스로 푼다

해설을 덮고 자신의 힘으로 끝까지 풀어 보세요. 이때 반드시 타이머를 켭니다. 메디컬 논술은 80분 안에 모든 문항을 처리해야 하는 시험이므로, 시간을 재지 않은 연습은 실전 감각을 만들어 주지 못합니다.

막혔다면 어느 지점에서 논리가 끊겼는지 표시해 두세요. 그 지점이 곧 자신의 취약 장치입니다.

STEP 02 풀이 흐름을 확인한다

손글씨 해설을 읽으며 전체 논리 전개를 확인합니다. 내 접근과 해설의 접근이 어디서 갈라졌는지 비교하세요. 특히 경우를 나누는 지점, 구간을 나누는 지점이 일치했는지 확인해야 합니다.

STEP 03 이해되지 않는 문항은 넘기지 않는다

해설을 읽고도 납득되지 않는 문항은 표시해 두고 반드시 해결하고 넘어가세요. 같은 장치는 반드시 다시 나옵니다.

STEP 04 맞힌 문제도 부분 점수를 대조한다

이 교재 학습법의 핵심입니다. 정답을 맞혔더라도 손글씨 해설의 형광 표시 구간과 자신의 답안을 한 줄씩 대조하세요.

약술형 논술은 정답 여부만큼이나 「어느 식을 썼는가」가 점수를 가릅니다. 형광 구간의 식이 내 답안에 없다면, 정답을 맞히고도 그 배점을 잃은 것입니다.

순서	EBS 수특/수완	넘버링	제목	분야/갈래
1	수특 수1	MN-017	1. 지수와 로그 Level3 2번	지수·로그
2	수특 수1	MN-018	1. 지수와 로그 Level3 3번	지수·로그
3	수특 수1	MN-033	2. 지수함수와 로그함수 Level2 2번	지수·로그
4	수특 수1	MN-035	2. 지수함수와 로그함수 Level2 4번	지수·로그
5	수특 수1	MN-036	2. 지수함수와 로그함수 Level2 5번	지수·로그
6	수특 수1	MN-040	2. 지수함수와 로그함수 Level3 1번	지수·로그
7	수특 수1	-	2. 지수함수와 로그함수 Level3 2번	지수·로그
8	수특 수1	-	2. 지수함수와 로그함수 Level3 3번	지수·로그
9	수특 수1	MN-060	3. 삼각함수 Level2 4번	삼각함수
10	수특 수1	MN-061	3. 삼각함수 Level2 5번	삼각함수
11	수특 수1	-	3. 삼각함수 Level3 1번	삼각함수
12	수특 수1	-	3. 삼각함수 Level3 2번	삼각함수
13	수특 수1	MN-083	4. 사인법칙과 코사인법칙 Level2 6번	삼각함수
14	수특 수1	MN-086	4. 사인법칙과 코사인법칙 Level2 9번	삼각함수
15	수특 수1	MN-089	4. 사인법칙과 코사인법칙 Level3 1번	삼각함수
16	수특 수1	MN-090	4. 사인법칙과 코사인법칙 Level3 2번	삼각함수
17	수특 수1	-	4. 사인법칙과 코사인법칙 Level3 3번	삼각함수
18	수특 수1	MN-110	5. 등차수열과 등비수열 Level2 4번	수열
19	수특 수1	MN-115	5. 등차수열과 등비수열 Level3 1번	수열
20	수특 수1	MN-116	5. 등차수열과 등비수열 Level3 2번	수열
21	수특 수1	-	5. 등차수열과 등비수열 Level3 3번	수열
22	수특 수1	MN-139	6. 수열의 합과 수학적 귀납법 Level2 6번	수열
23	수특 수1	-	6. 수열의 합과 수학적 귀납법 Level3 1번	수열
24	수특 수1	MN-140	6. 수열의 합과 수학적 귀납법 Level3 2번	수열
25	수특 수1	MN-141	6. 수열의 합과 수학적 귀납법 Level3 3번	수열
26	수특 수2	MN-157	1. 함수의 극한 Level2 2번	극한·연속
27	수특 수2	MN-158	1. 함수의 극한 Level2 3번	극한·연속
28	수특 수2	MN-159	1. 함수의 극한 Level2 4번	극한·연속
29	수특 수2	MN-162	1. 함수의 극한 Level2 7번	극한·연속
30	수특 수2	MN-163	1. 함수의 극한 Level3 1번	극한·연속
31	수특 수2	MN-180	2. 함수의 연속 Level2 4번	극한·연속
32	수특 수2	-	2. 함수의 연속 Level3 2번	극한·연속
33	수특 수2	-	2. 함수의 연속 Level3 3번	극한·연속
34	수특 수2	-	3. 미분계수와 도함수 Level3 2번	미분
35	수특 수2	-	3. 미분계수와 도함수 Level3 3번	미분
36	수특 수2	MN-223	4. 도함수의 활용(1) Level2 4번	미분
37	수특 수2	MN-225	4. 도함수의 활용(1) Level2 6번	미분
38	수특 수2	-	4. 도함수의 활용(1) Level3 1번	미분
39	수특 수2	MN-227	4. 도함수의 활용(1) Level3 2번	미분
40	수특 수2	-	4. 도함수의 활용(1) Level3 3번	미분
41	수특 수2	-	5. 도함수의 활용(2) Level3 1번	미분
42	수특 수2	MN-248	5. 도함수의 활용(2) Level3 2번	미분

순서	EBS 수특/수완	넘버링	제목	분야/갈래
43	수특 수2	-	5. 도함수의 활용(2) Level3 3번	미분
44	수특 수2	-	6. 부정적분과 정적분 Level3 2번	적분
45	수특 수2	-	6. 부정적분과 정적분 Level3 3번	적분
46	수특 수2	-	7. 정적분의 활용 Level3 2번	적분
47	수특 미적	MN-490	1. 수열의 극한 Level3 2번	극한·급수
48	수특 미적	MN-491	1. 수열의 극한 Level3 3번	극한·급수
49	수특 미적	MN-494	2. 급수 Level3 2번	극한·급수
50	수특 미적	MN-495	2. 급수 Level3 3번	극한·급수
51	수특 미적	-	3. 여러 가지 함수의 미분 Level2 6번	미분법
52	수특 미적	MN-497	3. 여러 가지 함수의 미분 Level3 1번	미분법
53	수특 미적	MN-499	3. 여러 가지 함수의 미분 Level3 3번	미분법
54	수특 미적	MN-502	4. 여러 가지 미분법 Level3 2번	미분법
55	수특 미적	MN-503	4. 여러 가지 미분법 Level3 3번	미분법
56	수특 미적	MN-507	5. 도함수의 활용 Level3 2번	미분법
57	수특 미적	MN-508	5. 도함수의 활용 Level3 3번	미분법
58	수특 미적	MN-513	6. 여러 가지 적분법 Level3 3번	적분법
59	수특 미적	MN-516	7. 정적분의 활용 Level3 1번	적분법
60	수특 미적	MN-517	7. 정적분의 활용 Level3 2번	적분법
61	수완	MN-363	유형편 4. 함수의 극한과 연속 15번	극한·연속
62	수완	MN-377	유형편 5. 다항함수의 미분법 12번	미분
63	수완	MN-411	유형편 6. 다항함수의 적분법 필수유형 5번	적분
64	수완	MN-413	유형편 6. 다항함수의 적분법 14번	적분
65	수완 미적	MN-522	7. 수열의 극한 22번	극한·급수
66	수완 미적	MN-528	8. 미분법 21번	미분법
67	수완 미적	MN-530	8. 미분법 27번	미분법
68	수완 미적	MN-533	8. 미분법 30번	미분법
69	수완 미적	MN-536	8. 미분법 33번	미분법
70	수완 미적	MN-542	9. 적분법 15번	적분법
71	수완 미적	MN-545	9. 적분법 25번	적분법
72	수완 미적	MN-548	실전모의고사 1회 29번	미분법
73	수완 미적	MN-549	실전모의고사 1회 30번	적분법
74	수완 미적	MN-552	실전모의고사 2회 30번	적분법
75	수완 미적	MN-555	실전모의고사 3회 30번	미분법
76	수완 미적	MN-561	실전모의고사 5회 30번	미분법

PART 5 감점 없는 답안 작성 체크리스트

채점자는 답안지에 적힌 것만 봅니다. 머릿속에서 판단한 것은 점수가 되지 않습니다. 아래 항목을 답안 작성 습관으로 만들어 두세요.

□ 경우를 나눈 근거를 문장으로 썼는가

절댓값·주기함수·구간별 정의가 걸린 문항에서, 왜 여기서 나누는지를 한 줄로 밝히고 시작하세요. 나눈 결과만 나열하면 근거 배점을 놓칩니다.

□ 미지수를 정의하고 시작했는가

삼육대 유형에서 특히 중요합니다. 「∠CAB = θ라 하자」처럼 문자를 세우는 문장이 답안 첫 줄에 있어야 합니다.

□ 중간 결과를 식으로 남겼는가

손글씨 해설의 형광 구간이 바로 이 중간 결과들입니다. 암산으로 건너뛰면 배점 구간이 통째로 사라집니다.

□ 조건을 모두 사용했는가

(가), (나) 조건 박스가 있는 문항에서 한 조건만 쓰고 답이 나왔다면 대개 잘못 푼 것입니다. 쓰지 않은 조건이 있는지 마지막에 확인하세요.

□ 구한 값이 범위 조건을 만족하는가

「a 〉 0이므로」, 「0 〈 m 〈 4이고 m은 정수이므로」 같은 검증 문장을 마지막에 붙이세요. 이 한 줄이 배점인 경우가 많습니다.

□ 최종 답을 문제가 요구한 형태로 썼는가

p + q를 구하라고 했는데 p와 q만 구해 놓고 끝내는 실수가 의외로 많습니다.

> 가천대와 삼육대의 메디컬 논술은 「아는 것을 쓰는 시험」이 아니라 「아는 것을 감점 없이 쓰는 시험」입니다.
> 76문항을 이 기준으로 끝까지 훈련한다면, 시험장에서 마주할 어떤 조건 조합에도 흔들리지 않을 것입니다.

MEMO

CHAPTER

3

메디컬 논술 변형문제

contents

01 수학 I
02 수학 II
03 미적분

3 메디컬 논술 변형문제

난이도 ★★★★★

1 27학년도 수능특강 수학1 1.지수와 로그 Level3 2번

부스터 001

삼각형 AB_1C_1이 있다. 자연수 n에 대하여 삼각형 AB_nC_n의 두 변 AB_n, AC_n 위에 각각 점 B_{n+1}, C_{n+1}을 $\overline{B_{n+1}C_{n+1}}//\overline{B_nC_n}$이 되도록 잡는다. $\overline{B_nC_n}=l_n$이라 할 때, 수열 l_n은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) x에 대한 방정식 $x^{\log_2 x}=\frac{x^7}{64}$의 서로 다른 두 실근을 α, β $(\alpha>\beta)$라 할 때, $l_1=(\log_2\alpha)\times\log_7 2$, $l_2=(\log_{\sqrt{2}}\beta^2)\times\log_7 2$이다.

(나) 모든 자연수 n에 대하여 $\frac{l_{n+1}}{l_n}$은 일정하다.

삼각형 AB_1C_2의 넓이가 $12\log_2 7$이다. 사다리꼴 $B_{n+1}C_{n+1}C_nB_n$의 두 대각선 B_nC_{n+1}과 C_nB_{n+1}의 교점을 P_n이라 하자. 삼각형 $P_nB_{n+1}C_{n+1}$의 넓이를 T_n, 삼각형 $P_nB_nC_n$의 넓이를 U_n이라 할 때, $S_n=U_n-T_n$이라 하자.

$\sum_{n=1}^{\infty}S_n=\frac{q}{p}\log_2 7$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

정답

난이도 ★★★★★

2 27학년도 수능특강 수학1 1.지수와 로그 Level3 3번

부스터 002

자연수 N에 대하여 2 이상의 자연수 m을 매개변수로 하는 집합 A_m을 $A_m=\{x|0<x\le N,\ \log_m x는\ 자연수\}$라 하자. 함수 $f(m)=n(A_m)$이라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 자연수 N의 값을 구하시오.

(가) $f(m)=2$를 만족시키는 모든 자연수 m의 값의 합은 35이다.

(나) $f(m)=1$을 만족시키는 자연수 m의 개수는 76이다.

정답

난이도 ★★★★

3 27학년도 수능특강 수학1 2.지수함수와 로그함수 Level2 2번

부스터 003

2 이상의 자연수 m과 자연수 k에 대하여 두 곡선 $C_1 : y = m^x$, $C_2 : y = m^{x-k}$이 있다.

자연수 a에 대하여 곡선 C_2 위의 점 $P_1(a,\ m^{a-k})$에서 시작하여 다음 규칙에 따라 점 P_n과 Q_n을 정한다. (단, n은 자연수이다.)

(가) 점 P_n을 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 C_1과 만나는 점을 Q_n이라 한다.
(나) 점 Q_n을 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 C_2와 만나는 점을 P_{n+1}이라 한다.

점 P_n의 x좌표를 x_n이라 할 때, 네 점 P_n, Q_n, Q_{n+1}, P_{n+1}을 꼭짓점으로 하는 사각형의 넓이를 S_n이라 하자.

수열 S_n이 다음 조건을 만족시킬 때, 직선 P_1Q_3의 기울기를 구하시오.

(다) $S_2 = 2160$
(라) $S_3 - S_1 = 19200$

정답

난이도 ★★★★

4 27학년도 수능특강 수학1 2.지수함수와 로그함수 Level2 4번

부스터 004

두 상수 a $(a>0,\ a\neq 1)$, b에 대하여 곡선 $y=\log_a(x+b)$와 직선 $y=2x$가 서로 다른 두 점 A, B에서 만나고, $\overline{OA}=\overline{OB}=\sqrt{5}$이다. (단, O는 원점이다.) 수열 $\{c_n\}$은 첫째항이 a^2-1이고 공비가 $b-1$인 등비수열이다.

$\sum_{n=1}^{\infty} c_n = k$라 할 때, 함수 $f(x)=|x^2-b^2x|$에 대하여 $\int_0^k f(x)dx = p+q\sqrt{2}$이다. $3(p+q)$의 값을 구하시오. (단, p, q는 유리수이다.)

정답

EXAM PRACTICE 문제

3 메디컬 논술 변형문제

난이도 ★★★★

5 27학년도 수능특강 수학1
2.지수함수와 로그함수 Level2 5번

부스터 005

두 상수 a, b $(b>0)$에 대하여 함수 $f(x)=2^{|x|}+a$, $g(x)=|\log_2|x|-b|$가 있다. 실수 t에 대하여 직선 $y=t$가 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 만나는 서로 다른 점의 개수의 합을 $h(t)$라 하자. 함수 $h(t)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(b)+g(2^a)$의 값을 구하시오.

(가) $h(t)=5$를 만족시키는 실수 t의 값은 오직 하나 존재하며, 그 값을 k라 한다.
(나) 함수 $h(t)$가 불연속이 되는 모든 실수 t의 값의 합은 4이다.
(다) 방정식 $g(x)=h(k+1)$의 양의 실근을 모두 곱한 값은 16이다.

정답

난이도 ★★★★★

6 27학년도 수능특강 수학1
2.지수함수와 로그함수 Level3 1번

부스터 006

두 자연수 a, b $(a\geq 2,\ b\geq 2)$에 대하여 두 함수 $f(x)=|2^{-x}-a|$, $g(x)=-b^x+t$가 있다. 실수 t에 대하여 두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $h(t)$라 하자. 함수 $h(t)$가 오직 $t=k$에서만 불연속이고 $k=\frac{1}{3}$이다. $t=k+\frac{7}{6}$일 때, 방정식 $f(x)=g(x)$의 두 실근을 x_1, x_2 $(x_1<x_2)$라 하자. $m<x_1<m+1$과 $n<x_2<n+1$을 만족시키는 두 정수 m, n에 대하여 $a+b+m+n$의 값을 구하시오.

정답

CHAPTER

5

메디컬 논술 변형문제 해설

contents

01 수학 I
02 수학 II
03 미적분

5 메디컬 논술 변형문제 해설

난이도 ★★★★★

1

27학년도 수능특강 수학1
1.지수와 로그 Level3 2번

부스터 001

삼각형 AB_1C_1이 있다. 자연수 n에 대하여 삼각형 AB_nC_n의 두 변 AB_n, AC_n 위에 각각 점 B_{n+1}, C_{n+1}을 $\overline{B_{n+1}C_{n+1}}//\overline{B_nC_n}$이 되도록 잡는다. $\overline{B_nC_n}=l_n$이라 할 때, 수열 l_n은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) x에 대한 방정식 $x^{\log_2 x}=\frac{x^7}{64}$의 서로 다른 두 실근을 α, β $(\alpha>\beta)$라 할 때, $l_1=(\log_2\alpha)\times\log_7 2$, $l_2=(\log_{\sqrt{2}}\beta^2)\times\log_7 2$이다.

(나) 모든 자연수 n에 대하여 $\frac{l_{n+1}}{l_n}$은 일정하다.

삼각형 AB_1C_2의 넓이가 $12\log_2 7$이다. 사다리꼴 $B_{n+1}C_{n+1}C_nB_n$의 두 대각선 B_nC_{n+1}과 C_nB_{n+1}의 교점을 P_n이라 하자. 삼각형 $P_nB_{n+1}C_{n+1}$의 넓이를 T_n, 삼각형 $P_nB_nC_n$의 넓이를 U_n이라 할 때, $S_n=U_n-T_n$이라 하자.

$\sum_{n=1}^{\infty}S_n=\frac{q}{p}\log_2 7$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

정답

1. 로그방정식의 풀이와 닮음비(r) 구하기

방정식 $x^{\log_2 x}=\frac{x^7}{64}$의 양변에 밑이 2인 로그를 취하면

$(\log_2 x)^2=\log_2\left(\frac{x^7}{64}\right)=7\log_2 x-6$

$\log_2 x=t$로 치환하면 $t^2-7t+6=0$, $(t-1)(t-6)=0$

$t=1$ 또는 $t=6$이므로 $x=2$ 또는 $x=64$이다.

$\alpha>\beta$이므로 $\alpha=64$, $\beta=2$이다.

따라서 l_1, l_2의 길이를 구하면 다음과 같다.

$l_1=(\log_2 64)\times\log_7 2=6\log_7 2$

$l_2=(\log_{\sqrt{2}}2^2)\times\log_7 2=\frac{2}{\frac{1}{2}}\log_7 2=4\log_7 2$

조건 (나)에 의해 모든 삼각형 AB_nC_n은 서로 닮음이며, 그 닮음비 r는 $r=\frac{l_2}{l_1}=\frac{4\log_7 2}{6\log_7 2}=\frac{2}{3}$이다.

2. 첫 번째 삼각형 AB_1C_1의 넓이(A_1) 구하기

삼각형 AB_1C_2와 삼각형 AB_1C_1은 꼭짓점 B_1에서 선분 AC_1을 포함하는 직선에 내린 수선의 길이(높이)를 공유한다.

$\overline{B_2C_2}//\overline{B_1C_1}$이므로 $\triangle AB_2C_2$와 $\triangle AB_1C_1$은 닮음이고, $\overline{AC_2}:\overline{AC_1}=l_2:l_1=2:3$이다.

높이가 같고 밑변의 길이의 비가 $2:3$이므로, $\triangle AB_1C_2$의 넓이는 $\triangle AB_1C_1$ 넓이(A_1)의 $\frac{2}{3}$배이다.

즉, $\frac{2}{3}A_1=12\log_2 7$이므로 $A_1=18\log_2 7$이다.

모든 자연수 n에 대하여 $\triangle AB_nC_n$의 넓이를 A_n이라 하면, A_n은 첫째항이 $18\log_2 7$이고 공비가 $r^2=\frac{4}{9}$인 등비수열이다.

3. 무한등비급수의 일반항 S_n 구하기

사다리꼴 $B_{n+1}C_{n+1}C_nB_n$의 윗변과 아랫변의 길이의 비는 $l_{n+1}:l_n=r:1$이다.

대각선의 교점 P_n에 대하여 $\triangle P_nB_{n+1}C_{n+1}$과 $\triangle P_nC_nB_n$은 닮음비가 $r:1$이다.

$\triangle AB_nC_n$의 높이를 h_n이라 하면, 사다리꼴의 전체 높이는 $h_n-h_{n+1}=h_n(1-r)$이다.

교점 P_n에서 밑변 B_nC_n에 내린 수선의 길이는 비례배분에 의해 $\frac{1}{1+r}h_n(1-r)=\frac{1-r}{1+r}h_n$이므로,

$U_n=\frac{1}{2}l_n\left(\frac{1-r}{1+r}h_n\right)=\frac{1-r}{1+r}\left(\frac{1}{2}l_nh_n\right)=\frac{1-r}{1+r}A_n$이다.

교점 P_n에서 윗변 $B_{n+1}C_{n+1}$에 내린 수선의 길이는

$\frac{r}{1+r}h_n(1-r)=\frac{r(1-r)}{1+r}h_n$이므로,

$T_n=\frac{1}{2}l_{n+1}\left(\frac{r(1-r)}{1+r}h_n\right)=\frac{1}{2}(rl_n)\left(\frac{r(1-r)}{1+r}h_n\right)$

$=\frac{r^2(1-r)}{1+r}\left(\frac{1}{2}l_nh_n\right)=\frac{r^2(1-r)}{1+r}A_n$이다.

따라서 $S_n=U_n-T_n=\frac{1-r-r^2(1-r)}{1+r}A_n$

$=\frac{(1-r)(1-r^2)}{1+r}A_n=(1-r)^2A_n$이다.

$r=\frac{2}{3}$이므로 $S_n=\left(1-\frac{2}{3}\right)^2A_n=\frac{1}{9}A_n$이다.

4. 무한등비급수 계산

수열 S_n은 A_n에 비례하므로 공비가 $\frac{4}{9}$인 등비수열이다.

첫째항 $S_1=\frac{1}{9}A_1=\frac{1}{9}\times18\log_2 7=2\log_2 7$이다.

$\sum_{n=1}^{\infty}S_n=\frac{S_1}{1-\frac{4}{9}}=\frac{2\log_2 7}{\frac{5}{9}}=\frac{18}{5}\log_2 7$이다.

따라서 $p=5$, $q=18$이며, $p+q=23$이다.

난이도 ★★★★★

2

27학년도 수능특강 수학1
1.지수와 로그 Level3 3번

부스터 002

자연수 N에 대하여 2 이상의 자연수 m을 매개변수로 하는 집합 A_m을 $A_m=\{x|0<x\le N,\ \log_m x는\ 자연수\}$라 하자. 함수 $f(m)=n(A_m)$이라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 자연수 N의 값을 구하시오.

(가) $f(m)=2$를 만족시키는 모든 자연수 m의 값의 합은 35이다.
(나) $f(m)=1$을 만족시키는 자연수 m의 개수는 76이다.

정답

주어진 조건에서 $f(m)=n(A_m)$은 $0<m^k\le N$을 만족시키는 자연수 k의 최댓값을 의미한다. 따라서 $f(m)=k$이기 위한 필요충분조건은 $m^k\le N<m^{k+1}$이다.

1. 조건 (가)의 해석 및 전역조건(N의 범위) 역결정

$f(m)=2$를 만족시키는 2 이상의 자연수 m의 범위를 $a\le m\le b$라 하자. (단, a, b는 자연수) $f(m)$은 m이 커질수록 작아지거나 같은 값을 가지는 감소 형태의 함수이다.

$m=b$일 때 $f(b)=2$이므로 $b^2\le N<b^3$이고,

$m=b+1$일 때는 $f(b+1)\le 1$이 되어야 하므로 $N<(b+1)^2$이다.

$m=a$일 때 $f(a)=2$이므로 $a^2\le N<a^3$이고,

$m=a-1$일 때는 $f(a-1)\ge 3$이 되어야 하므로 $(a-1)^3\le N$이다. (단, $a\ge 3$)

따라서 자연수 N은 다음 두 부등식을 모두 만족해야 한다.

$b^2\le N<(b+1)^2$, $(a-1)^3\le N<a^3$

조건 (가)에 의해 이 구간에 속하는 모든 자연수 m의 합은 35이다. 등차수열의 합 공식에 의해 $\frac{(b-a+1)(a+b)}{2}=35$이므로, $(b-a+1)(a+b)=70$이다. $a\le b$이므로 $b-a+1$과 $a+b$는 70의 양의 약수이며, $a\ge 2$이므로 $a+b>b-a+1$이다.

가능한 $(b-a+1,\ a+b)$의 순서쌍과 그에 따른 $(a,\ b)$를 구하여 공통 범위(N의 존재성)를 확인해 보자.

(1) $(1,\ 70)$인 경우 : $b-a+1=1$, $a+b=70$이므로 $a=35$, $b=35$이다. $b=35$에서 $35^2\le N<36^2$이므로 N은 1296 미만이다. $a=35$에서 $34^3\le N<35^3$이므로 N 은 39304이상이다. 두 구간의 공통 범위가 없으므로 이를 만족하는 N은 존재하지 않는다. (모순)

(2) $(2,\ 35)$인 경우 : $b-a+1=2$, $a+b=35$이므로 두 식을 더하면 $2b+1=37$에서 $b=18$, $a=17$이다.

$b=18$에서 $18^2\le N<19^2$이므로 N은 361 미만이다. $a=17$에서 $16^3\le N<17^3$이므로 N은 4096 이상이다. 마찬가지로 공통 범위가 존재하지 않는다. (모순)

(3) $(5,\ 14)$인 경우 : $b-a+1=5$, $a+b=14$이므로 두 식을 더하면 $2b+1=19$에서 $b=9$, $a=5$이다. $b=9$에서 $9^2\le N<10^2$이므로 $81\le N<100$이다. $a=5$에서 $4^3\le N<5^3$이므로 $64\le N<125$이다. 두 구간의 공통 범위는 $81\le N\le 99$이며, 이 범위에서 자연수 N이 존재할 수 있다.

(4) $(7,\ 10)$인 경우 : $b-a+1=7$, $a+b=10$이므로 두 식을 더하면 $2b+1=17$에서 $b=8$, $a=2$이다. $b=8$에서 $8^2\le N<9^2$이므로 $64\le N<81$이다. $a=2$이면 $f(2)=2$이므로 $2^2\le N<2^3$에서 $4\le N<8$이어야 한다. 두 구간의 공통 범위가 존재하지 않는다. (모순)

따라서 조건 (가)를 만족시키는 N의 범위(전역조건)는 $81\le N\le 99$이다.

2. 조건 (나)의 해석 및 N의 값 확정 (매개변수 역결정)

$f(m)=1$이기 위해서는 $m\le N<m^2$이어야 한다. 앞서 구한 N의 범위($81\le N\le 99$)에 의하여 $9\le N^{\frac{1}{2}}<10$이다. 따라서 $N<m^2$을 만족하는 자연수 m의 최솟값은 10이 되므로, 조건을 만족하는 m의 범위는 $10\le m\le N$이다. 조건 (나)에서 이러한 자연수 m의 개수가 76이라고 하였으므로, $N-10+1=76$ 이다. $N-9=76$, $N=85$

구한 $N=85$는 앞서 구한 전역조건 범위 $(81\le N\le 99)$에 포함되므로 모든 조건을 완벽히 만족한다. 따라서 구하는 자연수 N의 값은 85이다.

5 메디컬 논술 변형문제 해설

난이도 ★★★★

3 27학년도 수능특강 수학1
2.지수함수와 로그함수 Level2 2번

부스터 003

2 이상의 자연수 m과 자연수 k에 대하여 두 곡선 $C_1 : y = m^x$, $C_2 : y = m^{x-k}$이 있다.

자연수 a에 대하여 곡선 C_2 위의 점 $P_1(a,\ m^{a-k})$에서 시작하여 다음 규칙에 따라 점 P_n과 Q_n을 정한다. (단, n은 자연수이다.)

(가) 점 P_n을 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 C_1과 만나는 점을 Q_n이라 한다.
(나) 점 Q_n을 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 C_2와 만나는 점을 P_{n+1}이라 한다.

점 P_n의 x좌표를 x_n이라 할 때, 네 점 P_n, Q_n, Q_{n+1}, P_{n+1}을 꼭짓점으로 하는 사각형의 넓이를 S_n이라 하자.
수열 S_n이 다음 조건을 만족시킬 때, 직선 P_1Q_3의 기울기를 구하시오.

(다) $S_2 = 2160$
(라) $S_3 - S_1 = 19200$

정답

1. 좌표수열의 규칙 파악 및 일반항 구하기

점 P_n의 x좌표를 x_n이라 하면, 점 P_n은 곡선 C_2 위의 점이므로 $P_n(x_n,\ m^{x_n-k})$이다.
조건 (가)에 의해 점 Q_n은 P_n과 x좌표가 같으므로 $Q_n(x_n,\ m^{x_n})$이다. 조건 (나)에 의해 점 P_{n+1}은 Q_n과 y좌표가 같고 곡선 C_2 위에 있으므로, $m^{x_{n+1}-k} = m^{x_n}$이 성립한다.
양변의 지수를 비교하면 $x_{n+1} - k = x_n$이므로 $x_{n+1} = x_n + k$이다.
따라서 수열 x_n은 첫째항이 $x_1 = a$이고 공차가 k인 등차수열이므로 일반항은 $x_n = a + (n-1)k$이다.

2. 사각형의 넓이 S_n 의 일반화

네 점 P_n, Q_n, Q_{n+1}, P_{n+1}을 꼭짓점으로 하는 사각형은 선분 P_nQ_n과 선분 $P_{n+1}Q_{n+1}$이 y축에 평행한 사다리꼴이다.
두 평행한 변의 길이는 각각 다음과 같다.

$$\overline{P_nQ_n} = m^{x_n} - m^{x_n-k} = m^{x_n-k}(m^k - 1)$$

$$\overline{P_{n+1}Q_{n+1}} = m^{x_{n+1}} - m^{x_{n+1}-k} = m^{x_{n+1}-k}(m^k-1) = m^{x_n}(m^k-1)$$

사다리꼴의 높이는 두 평행선 사이의 거리이므로 $x_{n+1} - x_n = k$이다.

넓이 S_n은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$S_n = \frac{1}{2} \times k \times (\overline{P_nQ_n} + \overline{P_{n+1}Q_{n+1}})$$

$$= \frac{k}{2}\left(m^{x_n-k}(m^k-1) + m^{x_n}(m^k-1)\right)$$

$$= \frac{k}{2} m^{x_n-k}(m^k-1)(1+m^k) = \frac{k(m^{2k}-1)}{2} m^{x_n-k}$$

여기에 $x_n = a + (n-1)k$를 대입하면, $S_n = \frac{k(m^{2k}-1)}{2} m^{a+(n-2)k}$이다. 따라서 수열 S_n은 첫째항이 S_1이고 공비가 m^k인 등비수열이다.

3. 조건을 이용한 매개변수 m, k, a 역추적

조건 (다), (라)에 의해 등비수열 S_n의 공비를 r $(r = m^k)$이라 하면, $S_2 = S_1 r = 2160$,

$$S_3 - S_1 = S_1 r^2 - S_1 = S_1(r^2-1) = 19200$$

두 식을 연립하여 S_1을 소거하면,

$$\frac{S_1(r^2-1)}{S_1 r} = \frac{19200}{2160},\ \frac{r^2-1}{r} = \frac{80}{9},\ 9r^2 - 80r - 9 = 0,$$

$$(9r+1)(r-9) = 0$$

$r > 0$이므로 $r = m^k = 9$이다. 이때 $S_1 = \frac{2160}{9} = 240$이다.

m은 2 이상의 자연수이고 k는 자연수이므로, $m^k = 9$를 만족하는 순서쌍 $(m,\ k)$는 $(3,\ 2)$ 또는 $(9,\ 1)$이다.
(경우 1) $m = 3$, $k = 2$일 때

$$S_1 = \frac{2(3^4-1)}{2} \times 3^{a-2} = 80 \times 3^{a-2}$$이다.

$80 \times 3^{a-2} = 240$에서 $3^{a-2} = 3$이므로 $a - 2 = 1$, 즉 $a = 3$이다. (a가 자연수이므로 성립)
(경우 2) $m = 9$, $k = 1$일 때

$$S_1 = \frac{1(9^2-1)}{2} \times 9^{a-1} = 40 \times 9^{a-1}$$이다.

$40 \times 9^{a-1} = 240$에서 $9^{a-1} = 6$이다. 이를 만족하는 자연수 a는 존재하지 않으므로 모순이다.
따라서 매개변수는 $m = 3$, $k = 2$, $a = 3$으로 유일하게 결정된다.

4. 직선 P_1Q_3의 기울기 구하기

$x_n = a + (n-1)k$에 $m = 3$, $k = 2$, $a = 3$을 대입하면 $x_n = 2n + 1$이다.
점 P_1의 x좌표는 $x_1 = 3$이고 곡선 $C_2 : y = 3^{x-2}$ 위의 점이므로 $P_1(3,\ 3)$이다.
점 Q_3의 x좌표는 $x_3 = 7$이고 곡선 $C_1 : y = 3^x$ 위의 점이므로 $Q_3(7,\ 3^7) = (7,\ 2187)$이다.
따라서 두 점 $P_1(3,\ 3)$과 $Q_3(7,\ 2187)$을 지나는 직선의 기울기는 $\frac{2187-3}{7-3} = \frac{2184}{4} = 546$이다.

난이도 ★★★★

4

27학년도 수능특강 수학1
2.지수함수와 로그함수 Level2 4번

부스터 004

두 상수 a $(a>0,\ a\neq 1)$, b에 대하여 곡선 $y=\log_a(x+b)$와 직선 $y=2x$가 서로 다른 두 점 A, B에서 만나고, $\overline{OA}=\overline{OB}=\sqrt{5}$이다. (단, O는 원점이다.) 수열 $\{c_n\}$은 첫째항이 a^2-1이고 공비가 $b-1$인 등비수열이다.

$\sum_{n=1}^{\infty} c_n=k$라 할 때, 함수 $f(x)=|x^2-b^2x|$에 대하여 $\int_0^k f(x)dx=p+q\sqrt{2}$이다. $3(p+q)$의 값을 구하시오. (단, p, q는 유리수이다.)

정답

1. 로그함수와 직선의 교점을 통한 매개변수 a, b 구하기

점 A의 좌표를 $(m,\ 2m)$ $(m>0)$이라 하면, $\overline{OA}=\overline{OB}=\sqrt{5}$이고 두 점 A, B는 원점을 지나는 직선 $y=2x$ 위에 있으므로 원점 O에 대하여 대칭이다.

이때 $\overline{OA}=\sqrt{m^2+(2m)^2}=\sqrt{5m^2}=\sqrt{5}m=\sqrt{5}$에서 $m=1$이다.

따라서 두 점의 좌표는 $A(1,\ 2)$, $B(-1,\ -2)$이다.

두 점 A, B는 곡선 $y=\log_a(x+b)$ 위의 점이므로 대입하면 다음 두 식을 얻는다.

$\log_a(1+b)=2$에서 $1+b=a^2$ …… (ㄱ)

$\log_a(-1+b)=-2$에서 $-1+b=a^{-2}$ …… (ㄴ)

(ㄱ)에서 (ㄴ)을 빼면 $2=a^2-a^{-2}$, $(a^2)^2-2a^2-1=0$

$a^2>0$이므로 근의 공식에 의해 $a^2=1+\sqrt{2}$이다.

이것을 (ㄱ)에 대입하면 $1+b=1+\sqrt{2}$에서 $b=\sqrt{2}$이다.

2. 무한등비급수의 합 k 구하기

수열 $\{c_n\}$의 첫째항은 $a^2-1=(1+\sqrt{2})-1=\sqrt{2}$이다.

공비는 $b-1=\sqrt{2}-1$이다.

공비의 절댓값이 1 보다 작으므로 이 무한등비급수는 수렴한다.

$$k=\sum_{n=1}^{\infty} c_n=\frac{\sqrt{2}}{1-(\sqrt{2}-1)}=\frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$$

$$=\frac{\sqrt{2}(2+\sqrt{2})}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}=\frac{2\sqrt{2}+2}{4-2}=1+\sqrt{2}$$이다.

3. 정적분의 계산

함수 $f(x)=|x^2-b^2x|$에 $b=\sqrt{2}$를 대입하면 $f(x)=|x^2-2x|$이다. 우리가 구해야 할 정적분은 $\int_0^{1+\sqrt{2}}|x^2-2x|dx$이다.

절댓값 기호 안의 식 $x^2-2x=x(x-2)$는 구간 $[0,\ 2]$에서 음수이고, 구간 $[2,\ 1+\sqrt{2}]$에서 양수이다.

따라서 적분 구간을 나누어 계산하면 다음과 같다.

$$\int_0^{1+\sqrt{2}}|x^2-2x|dx=\int_0^2(-x^2+2x)dx+\int_2^{1+\sqrt{2}}(x^2-2x)dx$$

$$=\left[-\frac{1}{3}x^3+x^2\right]_0^2+\left[\frac{1}{3}x^3-x^2\right]_2^{1+\sqrt{2}}$$

$$=\left(-\frac{8}{3}+4\right)+\left\{\left(\frac{1}{3}(1+\sqrt{2})^3-(1+\sqrt{2})^2\right)-\left(\frac{8}{3}-4\right)\right\}$$

$$=\frac{4}{3}+\left\{\frac{1}{3}(7+5\sqrt{2})-(3+2\sqrt{2})\right\}+\frac{4}{3}$$

$$=\frac{8}{3}+\frac{7+5\sqrt{2}-9-6\sqrt{2}}{3}$$

$$=\frac{8}{3}+\frac{-2-\sqrt{2}}{3}=\frac{6-\sqrt{2}}{3}=2-\frac{1}{3}\sqrt{2}$$

따라서 $p=2$, $q=-\frac{1}{3}$이다.

최종적으로 $3(p+q)=3\left(2-\frac{1}{3}\right)=6-1=5$이다.

5 메디컬 논술 변형문제 해설

난이도 ★★★★

5 27학년도 수능특강 수학1
2.지수함수와 로그함수 Level2 5번

부스터 005

두 상수 a, b $(b>0)$에 대하여 함수 $f(x)=2^{|x|}+a$, $g(x)=|\log_2|x|-b|$가 있다. 실수 t에 대하여 직선 $y=t$가 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 만나는 서로 다른 점의 개수의 합을 $h(t)$라 하자. 함수 $h(t)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(b)+g(2^a)$의 값을 구하시오.

(가) $h(t)=5$를 만족시키는 실수 t의 값은 오직 하나 존재하며, 그 값을 k라 한다.
(나) 함수 $h(t)$가 불연속이 되는 모든 실수 t의 값의 합은 4이다.
(다) 방정식 $g(x)=h(k+1)$의 양의 실근을 모두 곱한 값은 16이다.

정답

1. 두 함수의 교점 개수 및 교점 개수 함수 $h(t)$ 분석

직선 $y=t$와 $y=f(x)$가 만나는 점의 개수를 $P(t)$라 하자.
함수 $f(x)$는 $x=0$에서 최솟값 $f(0)=a+1$을 가지고 y축에 대하여 대칭이므로 $P(t)$는 다음과 같다.
$t<a+1$일 때, $P(t)=0$
$t=a+1$일 때, $P(t)=1$
$t>a+1$일 때, $P(t)=2$
직선 $y=t$와 $y=g(x)$가 만나는 점의 개수를 $Q(t)$라 하자.
함수 $g(x)\geq 0$이고, $y=\log_2|x|$의 그래프를 y축 방향으로 $-b$만큼 평행이동한 후 x축 아래를 꺾어 올린 형태이므로 $Q(t)$는 다음과 같다.
$t<0$일 때, $Q(t)=0$
$t=0$일 때, $Q(t)=2$
$t>0$일 때, $Q(t)=4$
이때, $h(t)=P(t)+Q(t)$이다.

2. 조건 (가), (나)를 이용한 매개변수 a의 역결정

조건 (가)에서 $h(t)=5$가 되는 실수 t가 존재하려면, $P(t)$와 $Q(t)$의 합이 5가 되어야 한다.
$P(t)$와 $Q(t)$가 가질 수 있는 값들을 더해서 5가 되는 조합은 오직 $P(t)=1$, $Q(t)=4$인 경우뿐이다.
$P(t)=1$이기 위해서는 $t=a+1$이어야 하고, $Q(t)=4$이기 위해서는 $t>0$이어야 하므로, $a+1>0$이 성립해야 한다.
즉, $h(t)=5$를 만족시키는 유일한 실수 t는 $t=a+1$이므로 $k=a+1$이다.
$a+1>0$임을 알았으므로, t의 값에 따른 $h(t)$를 구간별로 구하면 다음과 같다.
$t<0$일 때, $h(t)=0+0=0$
$t=0$일 때, $h(t)=0+2=2$
$0<t<a+1$일 때, $h(t)=0+4=4$
$t=a+1$일 때, $h(t)=1+4=5$
$t>a+1$일 때, $h(t)=2+4=6$
함수 $h(t)$의 불연속점은 $t=0$과 $t=a+1$ 두 곳이다.
조건 (나)에 의해 모든 불연속점의 합이 4이므로,
$0+(a+1)=4$에서 $a=3$이다.
따라서 $k=3+1=4$이다.

3. 조건 (다)를 이용한 매개변수 b의 역결정

$k=4$이므로 조건 (다)에서 방정식의 우변은 $h(k+1)=h(5)$이다.
$t=5$는 $t>a+1(=4)$인 구간에 속하므로 $h(5)=6$이다.
즉, 방정식 $g(x)=6$의 양의 실근을 구해야 한다.
$x>0$일 때 $g(x)=|\log_2 x-b|$이므로,
$|\log_2 x-b|=6$에서 $\log_2 x-b=6$ 또는 $\log_2 x-b=-6$이다.
$\log_2 x=b+6$ 또는 $\log_2 x=b-6$이므로,
$x=2^{b+6}$ 또는 $x=2^{b-6}$이다.
조건 (다)에 의해 두 양의 실근의 곱이 16이므로,
$2^{b+6}\times 2^{b-6}=2^{2b}=16=2^4$이다.
$2b=4$에서 $b=2$이다. ($b>0$ 조건 만족)

4. 식의 값 계산하기

$a=3$, $b=2$이므로 $f(b)=f(2)=2^{|2|}+3=4+3=7$
$g(2^a)=g(2^3)=g(8)=|\log_2 8-2|=|3-2|=1$이다.
따라서 구하는 값은 $f(b)+g(2^a)=7+1=8$이다.

난이도 ★★★★★

6 27학년도 수능특강 수학1
2.지수함수와 로그함수 Level3 1번

부스터 006

두 자연수 a, b $(a \geq 2,\ b \geq 2)$에 대하여 두 함수 $f(x)=|2^{-x}-a|$, $g(x)=-b^x+t$가 있다. 실수 t에 대하여 두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $h(t)$라 하자. 함수 $h(t)$가 오직 $t=k$에서만 불연속이고 $k=\frac{1}{3}$이다. $t=k+\frac{7}{6}$일 때, 방정식 $f(x)=g(x)$의 두 실근을 x_1, x_2 $(x_1<x_2)$라 하자. $m<x_1<m+1$과 $n<x_2<n+1$을 만족시키는 두 정수 m, n에 대하여 $a+b+m+n$의 값을 구하시오.

정답

1. 교점 개수 함수 $h(t)$의 불연속점 분석과 매개변수 a, b역결정

함수 $f(x)=|2^{-x}-a|$의 그래프는 $2^{-x}=a$, 즉 $x=-\log_2 a$에서 최솟값 0을 가지며 꺾이는 V자 형태이다.

함수 $g(x)=-b^x+t$는 밑 b가 2 이상의 자연수이므로 실수 전체의 집합에서 단조감소하는 함수이다.

두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프의 교점의 개수 $h(t)$가 변하는 순간은, 감소하는 곡선 $y=g(x)$가 $y=f(x)$의 꺾이는 점 $(-\log_2 a,\ 0)$을 지날 때이다.

$x>-\log_2 a$인 구간 :

$f(x)=a-2^{-x}$는 단조증가하고, $g(x)$는 단조감소하므로, 이 구간에서 두 그래프가 만나기 위한 조건은
$g(-\log_2 a)>f(-\log_2 a)=0$이다.

즉, $-b^{-\log_2 a}+t>0$에서 $t>b^{-\log_2 a}$이다.

$x<-\log_2 a$인 구간:

$f(x)=2^{-x}-a$이다. 방정식 $2^{-x}-a=-b^x+t$에서
$t=2^{-x}+b^x-a$이다.

$u(x)=2^{-x}+b^x-a$라 하면, $u'(x)=-2^{-x}\ln 2+b^x\ln b$이다.

조건을 만족하는 자연수 a, b의 범위에서 이 구간의 $u'(x)$는 음수이므로 $u(x)$는 단조감소한다.

x가 $-\log_2 a$에 좌극한으로 가까워질 때

$u(-\log_2 a)=a+b^{-\log_2 a}-a=b^{-\log_2 a}$이고, x가 음의 무한대로 갈 때 $u(x)$는 양의 무한대로 발산하므로 사잇값의 정리에 의해 $t>b^{-\log_2 a}$이면 이 구간에서도 교점이 1개 존재한다.

결과적으로 $h(t)$는 $t>b^{-\log_2 a}$일 때 2, $t=b^{-\log_2 a}$일 때 1, $t<b^{-\log_2 a}$일 때 0이다.

함수 $h(t)$는 오직 $t=b^{-\log_2 a}$에서만 불연속이므로 $k=b^{-\log_2 a}$이다.

조건에서 $k=\frac{1}{3}$이 주어졌으므로, $b^{-\log_2 a}=\frac{1}{3}$이다.

양변에 역수를 취하면 $b^{\log_2 a}=3$이다.

a, b는 2 이상의 자연수이므로 이를 만족하는 유일한 조합은 $b=3$이고 지수인 $\log_2 a$가 1인 경우뿐이다.

$\log_2 a=1$에서 $a=2$이다.

따라서 매개변수는 $a=2$, $b=3$으로 확정된다.

2. 사잇값의 정리를 이용한 실근의 위치(정수 구간) 파악

구한 a, b를 대입하면 $f(x)=|2^{-x}-2|$, $g(x)=-3^x+t$이다.

$t=k+\frac{7}{6}=\frac{1}{3}+\frac{7}{6}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$이다.

이때 두 함수의 교점의 x좌표인 x_1과 x_2는

방정식 $|2^{-x}-2|=-3^x+\frac{3}{2}$의 두 실근이다.

$f(x)$가 꺾이는 점인 $x=-1$을 기준으로 정수 좌표에서의 함숫값을 비교하여 사잇값의 정리를 적용한다.

$x=-1$일 때:

$f(-1)=|2^1-2|=0$, $g(-1)=-3^{-1}+\frac{3}{2}=-\frac{1}{3}+\frac{3}{2}=\frac{7}{6}$

$f(-1)<g(-1)$이다.

$x=-2$일 때 :

$f(-2)=|2^2-2|=2$, $g(-2)=-3^{-2}+\frac{3}{2}=-\frac{1}{9}+\frac{3}{2}=\frac{25}{18}$

$f(-2)>g(-2)$이다.

두 함수는 연속이므로 사잇값의 정리에 의해 구간 $(-2,\ -1)$에서 교점 x_1이 존재한다. 즉, 정수 $m=-2$이다.

$x=0$일 때 :

$f(0)=|2^0-2|=1$, $g(0)=-3^0+\frac{3}{2}=-1+\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$

$f(0)>g(0)$이다.

두 함수는 연속이므로 사잇값의 정리에 의해 구간 $(-1,\ 0)$에서 교점 x_2가 존재한다. 즉, 정수 $n=-1$이다.

3. 최종 식의 값 계산

따라서 $a=2$, $b=3$, $m=-2$, $n=-1$이므로
$a+b+m+n=2+3+(-2)+(-1)=2$이다.

CHAPTER

6

메디컬 논술 변형문제 손글씨 해설

contents

01 수학 I
02 수학 II
03 미적분

6 메디컬 논술 변형문제 손글씨 해설

난이도 ★★★★★

1 27학년도 수능특강 수학1 1.지수와 로그 Level3 2번

부스터 001

삼각형 AB_1C_1이 있다. 자연수 n에 대하여 삼각형 AB_nC_n의 두 변 AB_n, AC_n 위에 각각 점 B_{n+1}, C_{n+1}을 $\overline{B_{n+1}C_{n+1}}//\overline{B_nC_n}$이 되도록 잡는다. $\overline{B_nC_n}=l_n$이라 할 때, 수열 l_n은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) x에 대한 방정식 $x^{\log_2 x}=\frac{x^7}{64}$의 서로 다른 두 실근을 α, β $(\alpha>\beta)$라 할 때, $l_1=(\log_2\alpha)\times\log_7 2$, $l_2=(\log_{\sqrt{2}}\beta^2)\times\log_7 2$이다.

(나) 모든 자연수 n에 대하여 $\frac{l_{n+1}}{l_n}$은 일정하다.

삼각형 AB_1C_2의 넓이가 $12\log_2 7$이다. 사다리꼴 $B_{n+1}C_{n+1}C_nB_n$의 두 대각선 B_nC_{n+1}과 C_nB_{n+1}의 교점을 P_n이라 하자. 삼각형 $P_nB_{n+1}C_{n+1}$의 넓이를 T_n, 삼각형 $P_nB_nC_n$의 넓이를 U_n이라 할 때, $S_n=U_n-T_n$이라 하자. $\sum_{n=1}^{\infty}S_n=\frac{q}{p}\log_2 7$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

정답

로그방정식 풀이: $x^{\log_2 x}=\frac{x^7}{64}$

양변에 $\log_2$를 취하면 $(\log_2 x)^2=7\log_2 x-6$

$\log_2 x=t$ 라 하면 $t^2-7t+6=0$

$(t-1)(t-6)=0$ 이므로 $t=1$ 또는 $t=6$

따라서 $x=2$ 또는 $x=64$, $\alpha=64$, $\beta=2$

$l_1=6\log_7 2$, $l_2=4\log_7 2$ 이므로 $r=\frac{l_2}{l_1}=\frac{2}{3}$ 2점

삼각형 AB_1C_2의 넓이 $=\frac{2}{3}A_1=12\log_2 7$

따라서 $A_1=18\log_2 7$ 2점

A_n은 첫째항 $18\log_2 7$, 공비 $r^2=\frac{4}{9}$인 등비수열

사다리꼴 대각선 교점에서 $U_n=\frac{1-r}{1+r}A_n$

$T_n=r^2\frac{1-r}{1+r}A_n$

$S_n=U_n-T_n=(1-r)^2A_n$

$r=\frac{2}{3}$ 이므로 $S_n=(1-r)^2A_n=\left(\frac{1}{9}\right)A_n$ 3점

$S_1=\left(\frac{1}{9}\right)A_1=2\log_2 7$

$\sum_{n=1}^{\infty}S_n=\frac{S_1}{1-\frac{4}{9}}=\frac{18}{5}\log_2 7$, $p+q=23$ 3점

따라서 $p=5$, $q=18$, $p+q=23$

난이도 ★★★★★

2 27학년도 수능특강 수학1 1.지수와 로그 Level3 3번

부스터 002

자연수 N에 대하여 2 이상의 자연수 m을 매개변수로 하는 집합 A_m을 $A_m=\{x|0<x\le N,\ \log_m x는\ 자연수\}$라 하자. 함수 $f(m)=n(A_m)$이라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 자연수 N의 값을 구하시오.

(가) $f(m)=2$를 만족시키는 모든 자연수 m의 값의 합은 35이다.

(나) $f(m)=1$을 만족시키는 자연수 m의 개수는 76이다.

정답

주어진 조건에서 $f(m)=n(A_m)$은 $0<m^k\le N$을 만족시키는 자연수 k의 최댓값이다.

따라서 $f(m)=k \Leftrightarrow m^k\le N<m^{k+1}$ 3점

조건 (가)에서 $f(m)=2$를 만족시키는 m의 범위를 $a\le m\le b$라 하자.

$f(m)$은 m이 커질수록 작아지거나 같으므로 감소 형태이다.

$m=b$에서 $b^2\le N<b^3$ 이고, $m=b+1$에서는 $f(b+1)\le 1$ 이어야 하므로 $N<(b+1)^2$ 이다.

이를 적용하면 조건 (가)를 만족하는 N의 범위는 $81\le N\le 99$ 3점 이다.

조건 (나)에서 $f(m)=1$ 이려면 $m\le N<m^2$ 이다.

앞의 범위 $81\le N\le 99$에서 $9\le\sqrt{N}<10$ 이므로,

$N<m^2$을 만족하는 m의 최솟값은 10 이다.

따라서 조건을 만족하는 m은 $10\le m\le N$ 이다.

그 개수가 76이므로 $N-10+1=76$ 2점

$N-9=76$, $N=85$ 2점

구한 $N=85$는 $81\le N\le 99$에 포함되므로

조건을 모두 만족한다.

따라서 자연수 N의 값은 85이다.

난이도 ★★★★

3 27학년도 수능특강 수학1 2.지수함수와 로그함수 Level2 2번

부스터 003

2 이상의 자연수 m과 자연수 k에 대하여 두 곡선 $C_1 : y = m^x$, $C_2 : y = m^{x-k}$이 있다.

자연수 a에 대하여 곡선 C_2 위의 점 $P_1(a,\ m^{a-k})$에서 시작하여 다음 규칙에 따라 점 P_n과 Q_n을 정한다. (단, n은 자연수이다.)

(가) 점 P_n을 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 C_1과 만나는 점을 Q_n이라 한다.
(나) 점 Q_n을 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 C_2와 만나는 점을 P_{n+1}이라 한다.

점 P_n의 x좌표를 x_n이라 할 때, 네 점 P_n, Q_n, Q_{n+1}, P_{n+1}을 꼭짓점으로 하는 사각형의 넓이를 S_n이라 하자.
수열 S_n이 다음 조건을 만족시킬 때, 직선 P_1Q_3의 기울기를 구하시오.

(다) $S_2 = 2160$
(라) $S_3 - S_1 = 19200$

정답

점 P_n의 x좌표를 x_n이라 하자.
P_n은 C_2 위의 점이므로 $P_n(x_n,\ m^{x_n-k})$
Q_n은 P_n과 x좌표가 같으므로 $Q_n(x_n,\ m^{x_n})$
P_{n+1}은 Q_n과 y좌표가 같고 C_2 위에 있으므로
$m^{x_{n+1}-k} = m^{x_n}$
따라서 $x_{n+1} - k = x_n$, $x_{n+1} = x_n + k$
그러므로 $x_n = a + (n-1)k$ 2점
$S_n = \frac{k(m^k-1)}{2} m^{a+(n-2)k}$ 이므로 공비는 m^k
$\frac{S_2}{S_1} = 9$ 이므로 $m^k = 9$, $(m,k) = (3,2)$ 또는 $(9,1)$ 3점
$m \geq 2$, k는 자연수이므로
$(m,k) = (3,2)$ 이면 $S_1 = 80 \cdot 3^{a-2} = 240$
$3^{a-2} = 3$ 이므로 $a = 3$
$(m,k) = (9,1)$ 이면 $S_1 = 40 \cdot 9^{a-1} = 240$
$9^{a-1} = 6$을 만족하는 자연수 a는 없다.
따라서 $m = 3$, $k = 2$, $a = 3$ 2점
$x_n = a + (n-1)k = 2n + 1$
$P_1 = (3,3)$, $Q_3 = (7, 3^7) = (7, 2187)$
직선 P_1Q_3의 기울기 $= \frac{2187-3}{7-3} = 546$ 3점

난이도 ★★★★

4 27학년도 수능특강 수학1 2.지수함수와 로그함수 Level2 4번

부스터 004

두 상수 a $(a > 0,\ a \neq 1)$, b에 대하여 곡선 $y = \log_a(x+b)$와 직선 $y = 2x$가 서로 다른 두 점 A, B에서 만나고, $\overline{OA} = \overline{OB} = \sqrt{5}$이다. (단, O는 원점이다.) 수열 $\{c_n\}$은 첫째항이 $a^2 - 1$이고 공비가 $b-1$인 등비수열이다.

$\sum_{n=1}^{\infty} c_n = k$라 할 때, 함수 $f(x) = |x^2 - b^2 x|$에 대하여 $\int_0^k f(x)dx = p + q\sqrt{2}$이다. $3(p+q)$의 값을 구하시오. (단, p, q는 유리수이다.)

정답

점 A의 좌표를 $(m, 2m)$ $(m > 0)$이라 하자.
$OA = \sqrt{m^2 + (2m)^2} = \sqrt{5} \cdot m = \sqrt{5}$ 이므로 $m = 1$
따라서 $A(1,2)$, $B(-1,-2)$ 2점
두 점이 $y = \log_a(x+b)$ 위에 있으므로
$\log_a(1+b) = 2$, $\log_a(-1+b) = -2$
즉, $1 + b = a^2$, $-1 + b = a^{-2}$
$u = a^2$라 하면 $b = u - 1$, $b = 1 + \frac{1}{u}$
따라서 $u - 1 = 1 + \frac{1}{u}$, $u^2 - 2u - 1 = 0$
$u > 0$ 이므로 $u = 1 + \sqrt{2}$
따라서 $a^2 = 1 + \sqrt{2}$, $b = \sqrt{2}$ 3점

적분식은 $|x^2 - 2x|$의 넓이 계산으로 정리된다.
$x(x-2)$는 $[0,2]$에서 음수, $[2, 1+\sqrt{2}]$에서 양수
$\int_0^{1+\sqrt{2}} |x^2 - 2x|\,dx$
$= \int_0^2 (-x^2 + 2x)\,dx + \int_2^{1+\sqrt{2}} (x^2 - 2x)\,dx$
$= \frac{4}{3} + \left\{ \left(\frac{1}{3}\right)(1+\sqrt{2})^3 - (1+\sqrt{2})^2 - \left(\frac{8}{3} - 4\right) \right\}$
$= 2 - \frac{\sqrt{2}}{3}$ 3점
따라서 $p = 2$, $q = -\frac{1}{3}$
$3(p+q) = 3\left(2 - \frac{1}{3}\right) = 5$ 2점

TEACHER'S HANDWRITTEN NOTES 손글씨 해설

6 메디컬 논술 변형문제 손글씨 해설

난이도 ★★★★

5 27학년도 수능특강 수학1 2.지수함수와 로그함수 Level2 5번

부스터 005

두 상수 a, b $(b>0)$에 대하여 함수 $f(x)=2^{|x|}+a$, $g(x)=|\log_2|x|-b|$가 있다. 실수 t에 대하여 직선 $y=t$가 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 만나는 서로 다른 점의 개수의 합을 $h(t)$라 하자. 함수 $h(t)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(b)+g(2^a)$의 값을 구하시오.

(가) $h(t)=5$를 만족시키는 실수 t의 값은 오직 하나 존재하며, 그 값을 k라 한다.
(나) 함수 $h(t)$가 불연속이 되는 모든 실수 t의 값의 합은 4이다.
(다) 방정식 $g(x)=h(k+1)$의 양의 실근을 모두 곱한 값은 16이다.

정답

직선 $y=t$와 $y=f(x)$가 만나는 점의 개수를 $P(t)$라 하자.

$f(x)=2^{|x|}+a$ 는 $x=0$에서 최솟값 $a+1$을 갖고 y축 대칭이다.

따라서 $P(t)$: $t<a+1$이면 0, $t=a+1$이면 1, $t>a+1$이면 2

직선 $y=t$와 $y=g(x)$가 만나는 점의 개수를 $Q(t)$라 하자.

$g(x)=|\log_2|x|-b|$ 이므로 $Q(t)$: $t<0$이면 0, $t=0$이면 2, $t>0$이면 4

$h(t)=P(t)+Q(t)$

조건에서 $h(t)$가 불연속인 값이 $t=0$, $t=a+1$ 이므로

$a+1=4$, $a=3$ 2점

또 $t=5$는 $t>a+1$인 구간이므로 $h(5)=6$

즉 $g(x)=6$의 양의 실근 두 개를 구하면 된다.

$x>0$에서 $|\log_2 x-b|=6$

$\log_2 x=b+6$ 또는 $\log_2 x=b-6$

$x=2^{b+6}$, 2^{b-6} 2점

두 양의 실근의 곱이 16이므로

$2^{b+6}\cdot 2^{b-6}=2^{2b}=16=2^4$, $b=2$ 3점

$f(b)=f(2)=2^2+3=7$

그리고 $g(2^a)=g(8)=|\log_2 8-2|=|3-2|=1$

따라서 $f(b)+g(2^a)=7+1=8$ 3점

난이도 ★★★★★

6 27학년도 수능특강 수학1 2.지수함수와 로그함수 Level3 1번

부스터 006

두 자연수 a, b $(a\geq 2,\ b\geq 2)$에 대하여 두 함수 $f(x)=|2^{-x}-a|$, $g(x)=-b^x+t$가 있다. 실수 t에 대하여 두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $h(t)$라 하자. 함수 $h(t)$가 오직 $t=k$에서만 불연속이고 $k=\frac{1}{3}$이다. $t=k+\frac{7}{6}$일 때, 방정식 $f(x)=g(x)$의 두 실근을 x_1, x_2 $(x_1<x_2)$라 하자. $m<x_1<m+1$과 $n<x_2<n+1$을 만족시키는 두 정수 m, n에 대하여 $a+b+m+n$의 값을 구하시오.

정답

$f(x)=|2^{-x}-a|$는 $2^{-x}=a$, 즉 $x=-\log_2 a$ 에서 꺾이는 V자 그래프이다.

$g(x)=-b^x+t$ 는 $b\geq 2$ 이므로 단조감소한다.

$h(t)$가 불연속인 순간은 $g(x)$가 $f(x)$의 꼭짓점 또는 접하는 위치를 지날 때이다.

조건을 해석하면 $a=2$, $b=3$ 3점

이제 $t=\frac{3}{2}$ 일 때 교점이 들어 있는 정수 구간을 찾는다.

$x=-1$에서 $f(-1)=|2-2|=0$

$g(-1)=-3^{-1}+\frac{3}{2}=-\frac{1}{3}+\frac{3}{2}=\frac{7}{6}$

따라서 $f(-1)<g(-1)$

$x=-2$에서 $f(-2)=|4-2|=2$

$g(-2)=-3^{-2}+\frac{3}{2}=-\frac{1}{9}+\frac{3}{2}=\frac{25}{18}$

따라서 $f(-2)>g(-2)$, $f(-1)<g(-1)$ 2점

연속성에 의해 $(-2,-1)$에 교점이 있으므로 $m=-2$

$x=0$에서 $f(0)=|1-2|=1$

$g(0)=-1+\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$ 이므로 $f(0)>g(0)$

또 $x=-1$에서는 $f(-1)<g(-1)$이므로 $(-1,0)$에 교점이 있다.

따라서 $m=-2$, $n=-1$ 3점

그러므로 $a+b+m+n=2$ 2점

$=2+3+(-2)+(-1)=2$